



Τμήμα Πληροφορικής με Εφαρμογές στη Βιοϊατρική  
Σχολή Θετικών Επιστημών  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

# ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΠΡΟΤΥΠΩΝ

## Κατηγοριοποίηση

Αριστείδης Γ. Βραχάτης, Dipl-Ing, M.Sc, PhD

# Κατηγοριοποιητής K πλησιέστερων γειτόνων

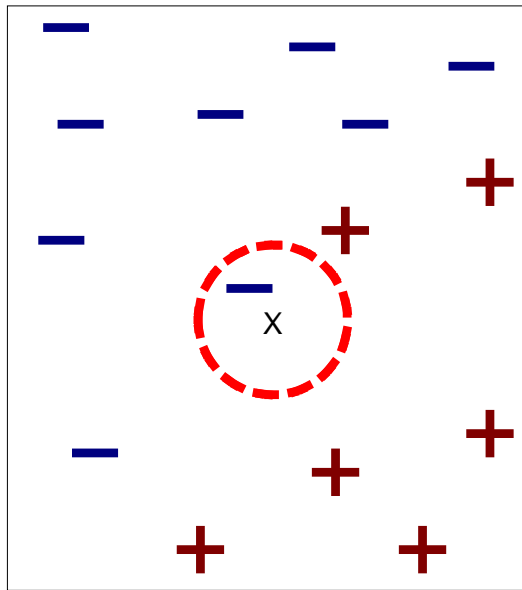
- Ας μελετήσουμε μια μη παραμετρική μέθοδο για την εκτίμηση πιθανοφάνειας η οποία χρησιμοποιεί την εκτίμηση πυκνότητας με βάση τους πλησιέστερους γείτονες.
- Έστω ότι  $\mathbf{D}$  είναι ένα σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης το οποίο αποτελείται από  $n$  σημεία  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^d$ , και έστω ότι συμβολίζουμε με  $\mathbf{D}_i$  το υποσύνολο των σημείων του  $\mathbf{D}$  που έχουν ως ετικέτα την κατηγορία  $c_i$ , με  $n_i = |\mathbf{D}_i|$ .
- Ας υποθέσουμε ότι δίνεται ένα σημείο δοκιμής  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$ , καθώς και το  $K$  (το πλήθος των γειτόνων που θα ληφθούν υπόψη). έστω ότι η απόσταση του  $\mathbf{x}$  από τον  $K$ -οστό πλησιέστερο γείτονά του στο  $\mathbf{D}$  συμβολίζεται με  $r$ .
- Θεωρήστε την  $d$ -διάστατη «υπερμπάλα» ακτίνας  $r$  γύρω από το σημείο δοκιμής  $\mathbf{x}$ , η οποία ορίζεται ως

$$B_d(\mathbf{x}, r) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbf{D} \mid \delta(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \leq r\}$$

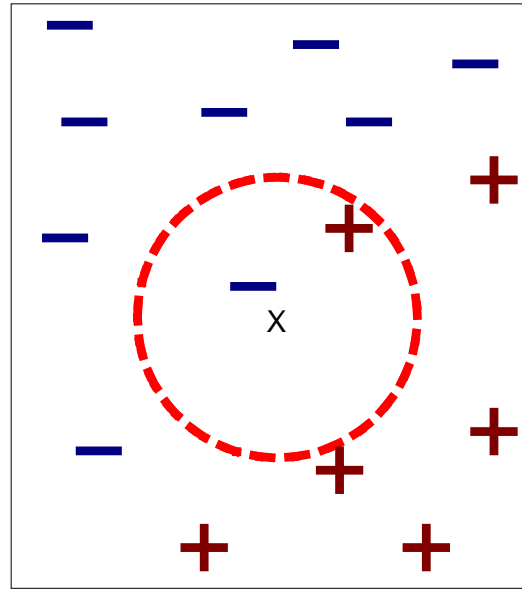
- Εδώ, το  $\delta(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)$  είναι η απόσταση των  $\mathbf{x}$  και  $\mathbf{x}_i$ : συνήθως υποθέτουμε ότι πρόκειται για την Ευκλείδεια απόσταση, δηλαδή  $\delta(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|_2$ . Επίσης, υποθέτουμε ότι  $|B_d(\mathbf{x}, r)| = K$ .

# Κατηγοριοποιητής K πλησιέστερων γειτόνων

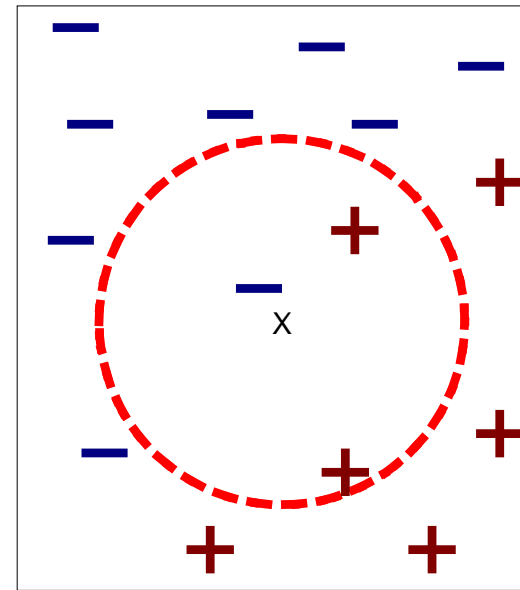
- k-κοντινότεροι γείτονες μιας εγγραφής x είναι τα σημεία που έχουν την k-οστή μικρότερη απόσταση από το x



(a) 1-nearest neighbor



(b) 2-nearest neighbor

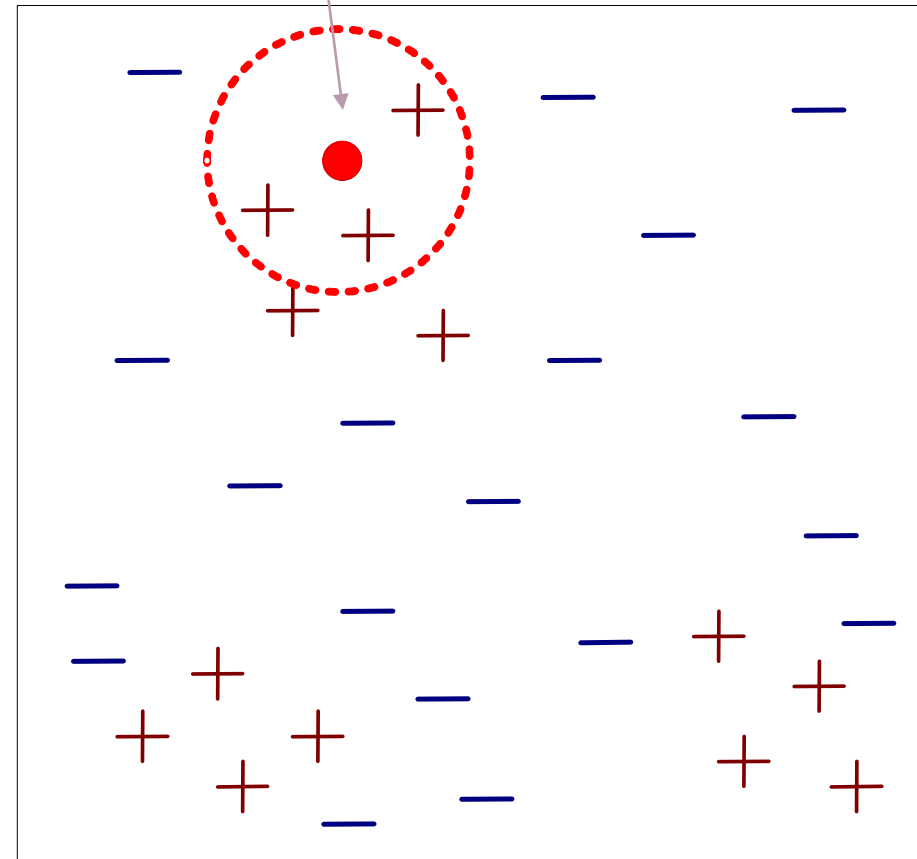


(c) 3-nearest neighbor

# Κατηγοριοποιητής K πλησιέστερων γειτόνων

- Για να κατηγοριοποιηθεί μια άγνωστη εγγραφή:
  - Υπολογισμός της απόστασης από τις εγγραφές του συνόλου
  - Εύρεση των k κοντινότερων γειτόνων
  - Χρήση των κλάσεων των κοντινότερων γειτόνων για τον καθορισμό της κλάσης της άγνωστης εγγραφής - π.χ., με βάση την πλειοψηφία (majority vote)

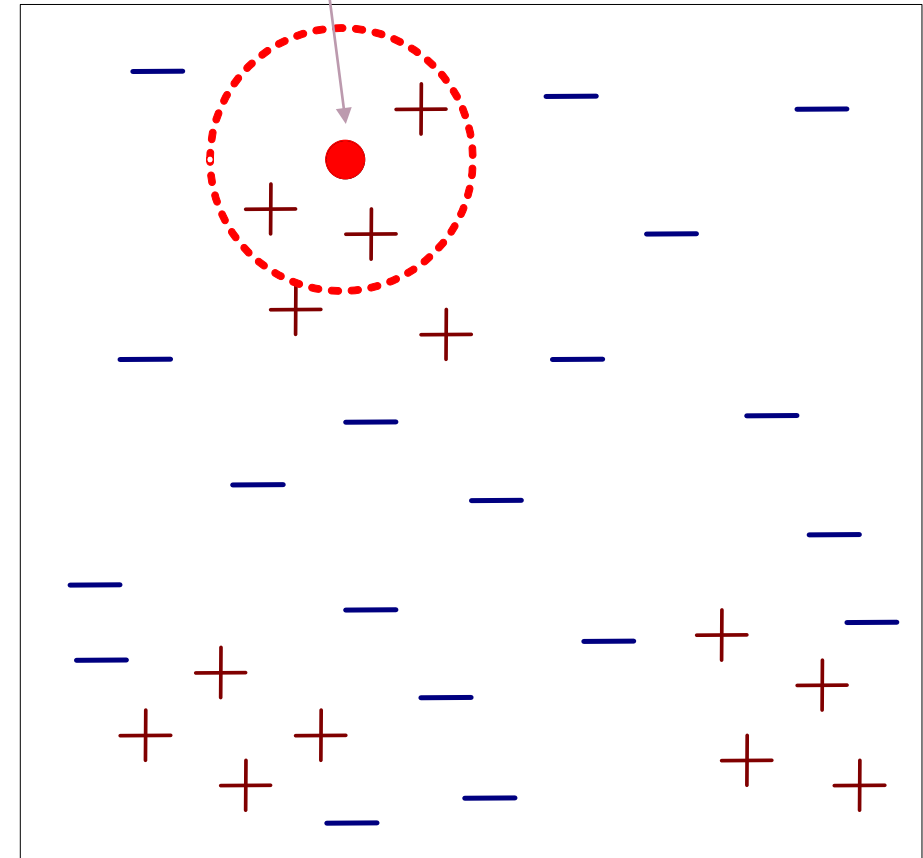
Άγνωστο Σημείο



# Κατηγοριοποιητής K πλησιέστερων γειτόνων

- Χρειάζεται:
  - Το σύνολο των αποθηκευμένων εγγραφών
  - Distance Metric Μετρική απόστασης για να υπολογίσουμε την απόσταση μεταξύ εγγραφών
  - Την τιμή του  $k$ , δηλαδή τον αριθμό των κοντινότερων γειτόνων που πρέπει να ανακληθούν

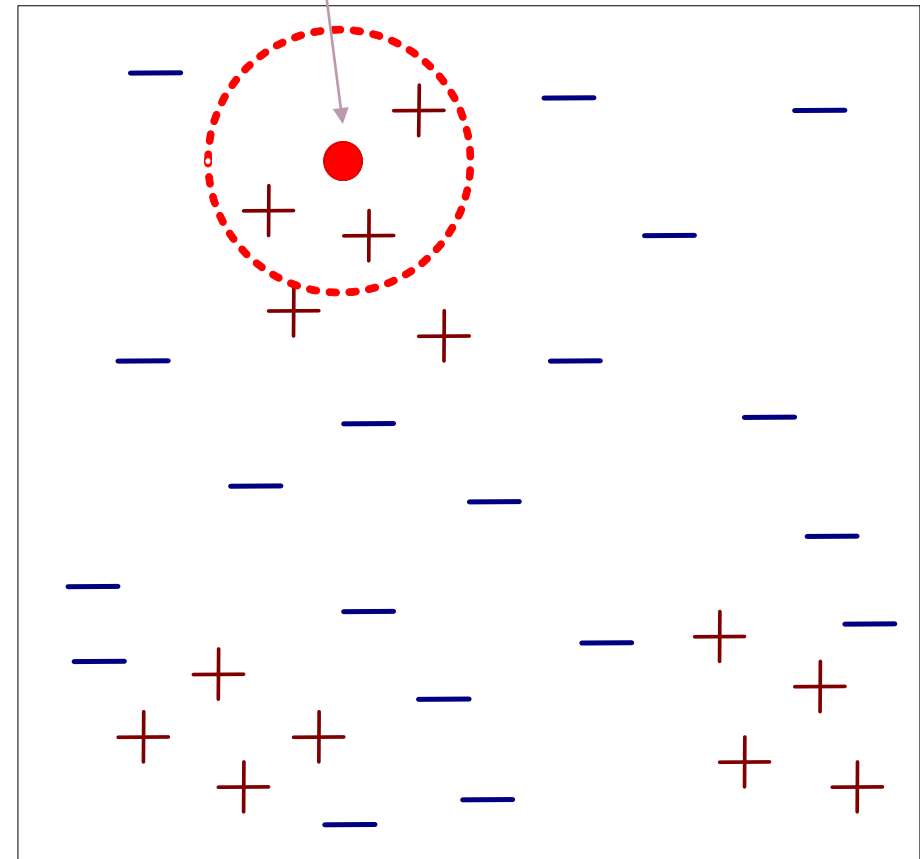
Άγνωστο Σημείο



# Κατηγοριοποιητής K πλησιέστερων γειτόνων

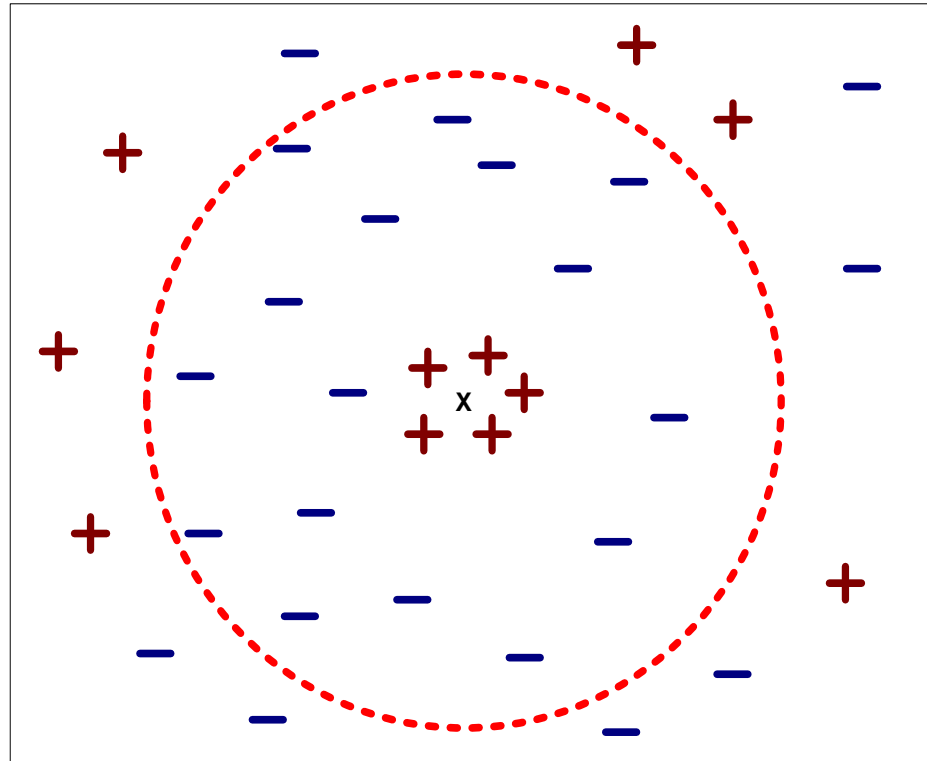
- Απόσταση μεταξύ εγγραφών:
  - Πχ ευκλείδεια απόσταση
- Καθορισμός τάξης:
  - Η πλειοψηφική κλάση
  - Βάρος σε κάθε ψήφο με βάση την απόσταση
  - ...

Άγνωστο Σημείο



# Κατηγοριοποιητής K πλησιέστερων γειτόνων

- Επιλογή της τιμής του  $k$ :
  - $k$  πολύ μικρό, ευαισθησία στα σημεία θορύβου
  - $k$  πολύ μεγάλο, η γειτονιά μπορεί να περιέχει σημεία από άλλες κλάσεις



	$X_1$	$X_2$	Κλάση
w1	2	4	Αρνητικό
w2	3	4	Αρνητικό
w3	2	6	Αρνητικό
w4	1	1	Θετικό
w5	1	3.5	Θετικό
w6	2	1	Θετικό

\* Οι αποστάσεις προτύπων να υπολογίζονται με την απόσταση Manhattan:  $d(x, y) = \sum_{i=1}^N |x_i - y_i|$

1. Να χρησιμοποιήσετε τον αλγόριθμο των k κοντινότερων γειτόνων (k-nearest neighbors - KNN), με  $k = 1$  και  $k = 3$ , για να υπολογίσετε την κλάση του άγνωστου προτύπου  $f=(1, 4)$ .

## Λύση

- Αποστάσεις όλων των σημείων από το (1,4)

$$d(f, w1) = |1 - 2| + |4 - 4| = 1$$

$$d(f, w2) = 2, d(f, w3) = 3, d(f, w4) = 3, d(f, w5) = 0.5, d(f, w6) = 4$$

- Βρίσκουμε k κοντινότερους γείτονες  
 $k=1 \rightarrow w5$   
 $k=3 \rightarrow w5, w1, w2$
- Βρίσκουμε την κλάση των k κοντινότερων γειτόνων  
 $k=1 \rightarrow$  Κλάση «Θετικό»  
 $k=3 \rightarrow$  Κλάσεις «Θετικό», «Αρνητικό», «Αρνητικό»  $\rightarrow$  Κλάση «Αρνητικό»



# Δέντρα Αποφάσεων

---

- Συχνά είναι απαραίτητο να κάνουμε μια σειρά ερωτήσεων πριν καταλήξουμε σε μια απόφαση για ένα πρόβλημα.
- Οι απαντήσεις σε μια ερώτηση
  - μπορεί να οδηγήσουν σε άλλη ερώτηση ή
  - μπορεί να οδηγήσουν σε μια απόφαση για να επιτευχθεί η λύση του προβλήματος
- Μοντέλο = Δέντρο Απόφασης
  - Εσωτερικοί κόμβοι αντιστοιχούν σε κάποιο γνώρισμα
  - Διαχωρισμός (split) ενός κόμβου σε παιδιά
    - η ετικέτα στην ακμή = συνθήκη/έλεγχος
  - Φύλλα αντιστοιχούν σε κλάσεις

# Δέντρα Αποφάσεων

---

- Το πρόβλημα του εστιατορίου
- Χαρακτηριστικά (attributes) του προβλήματος:
  - Εναλλακτικό: Ναι, Όχι.
  - Μπαρ: Ναι, Όχι.
  - Π/Σ: Ναι, Όχι.
  - Πεινασμένος: Ναι, Όχι.
  - Πελάτες: Κανέννας, Μερικοί, και Πλήρες.
  - Τιμή: \$, \$\$, \$\$\$.
  - Βρέχει: Ναι, Όχι.
  - Κράτηση: Ναι, Όχι.
  - Τύπος: Γαλλικό, Ιταλικό, Ταϋλανδέζικο, ή ταχυφαγείο.
  - Εκτίμηση Αναμονής: 0'–10', 10'–30', 30'–60', >60'.
- Απόφαση για το αν ο πελάτης θα περιμένει: ΝΑΙ ή ΟΧΙ

# Δέντρα Αποφάσεων

– Σύνολο εκπαίδευσης

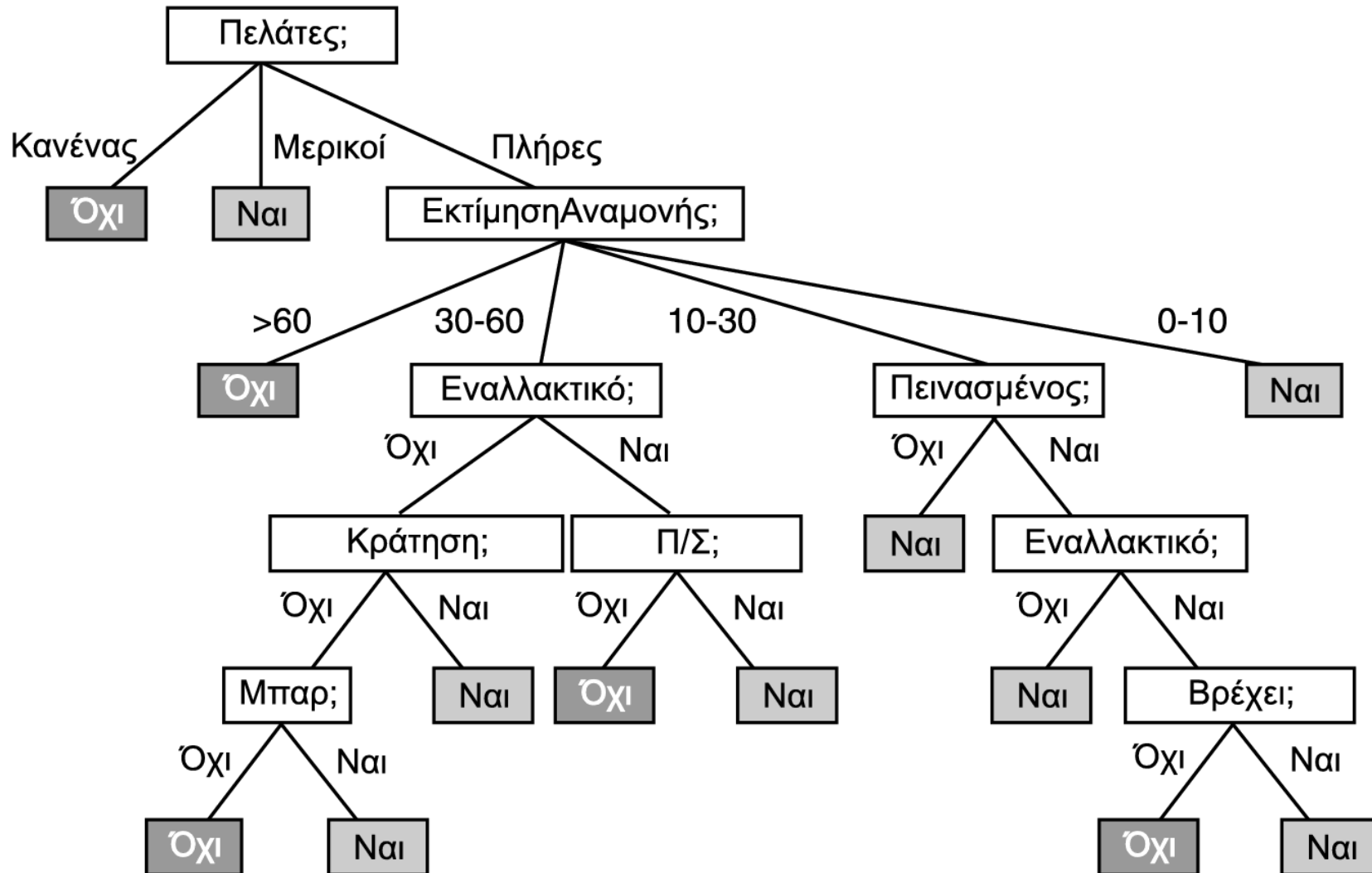
#	Εναλ	Μπαρ	Π/Σ	Πεινασμ	Πελατες	Τιμή	Βρέχει	Κράτηση	Τύπος	Εκτιμ	ΘαΠεριμένει
$X_1$	Ναι	Όχι	Όχι	Ναι	Μερικοί	\$\$\$	Όχι	Ναι	Γαλλικό	0-10	Ναι
$X_2$	Ναι	Όχι	Όχι	Ναι	Πλήρες	\$	Όχι	Όχι	Ταϋλ	30-60	Όχι
$X_3$	Όχι	Ναι	Όχι	Όχι	Μερικοί	\$	Όχι	Όχι	Ταχυφ.	0-10	Ναι
$X_4$	Ναι	Όχι	Ναι	Ναι	Πλήρες	\$	Ναι	Όχι	Ταϋλ	10-30	Ναι
$X_5$	Ναι	Όχι	Ναι	Όχι	Πλήρες	\$\$\$	Όχι	Ναι	Γαλλικό	>60	Όχι
$X_6$	Όχι	Ναι	Όχι	Ναι	Μερικοί	\$\$	Ναι	Ναι	Ιταλικό	0-10	Ναι
$X_7$	Όχι	Ναι	Όχι	Όχι	Κανένας	\$	Ναι	Όχι	Ταχυφ.	0-10	Όχι
$X_8$	Όχι	Όχι	Όχι	Ναι	Μερικοί	\$\$	Ναι	Ναι	Ταϋλ	0-10	Ναι
$X_9$	Όχι	Ναι	Ναι	Όχι	Πλήρες	\$	Ναι	Όχι	Ταχυφ.	>60	Όχι
$X_{10}$	Ναι	Ναι	Ναι	Ναι	Πλήρες	\$\$\$	Όχι	Ναι	Ιταλικό	10-30	Όχι
$X_{11}$	Όχι	Όχι	Όχι	Όχι	Κανένας	\$	Όχι	Όχι	Ταϋλ	0-10	Όχι
$X_{12}$	Ναι	Ναι	Ναι	Ναι	Πλήρες	\$	Όχι	Όχι	Ταχυφ.	30-60	Ναι

# Δέντρα Αποφάσεων

– Σύνολο εκπαίδευσης

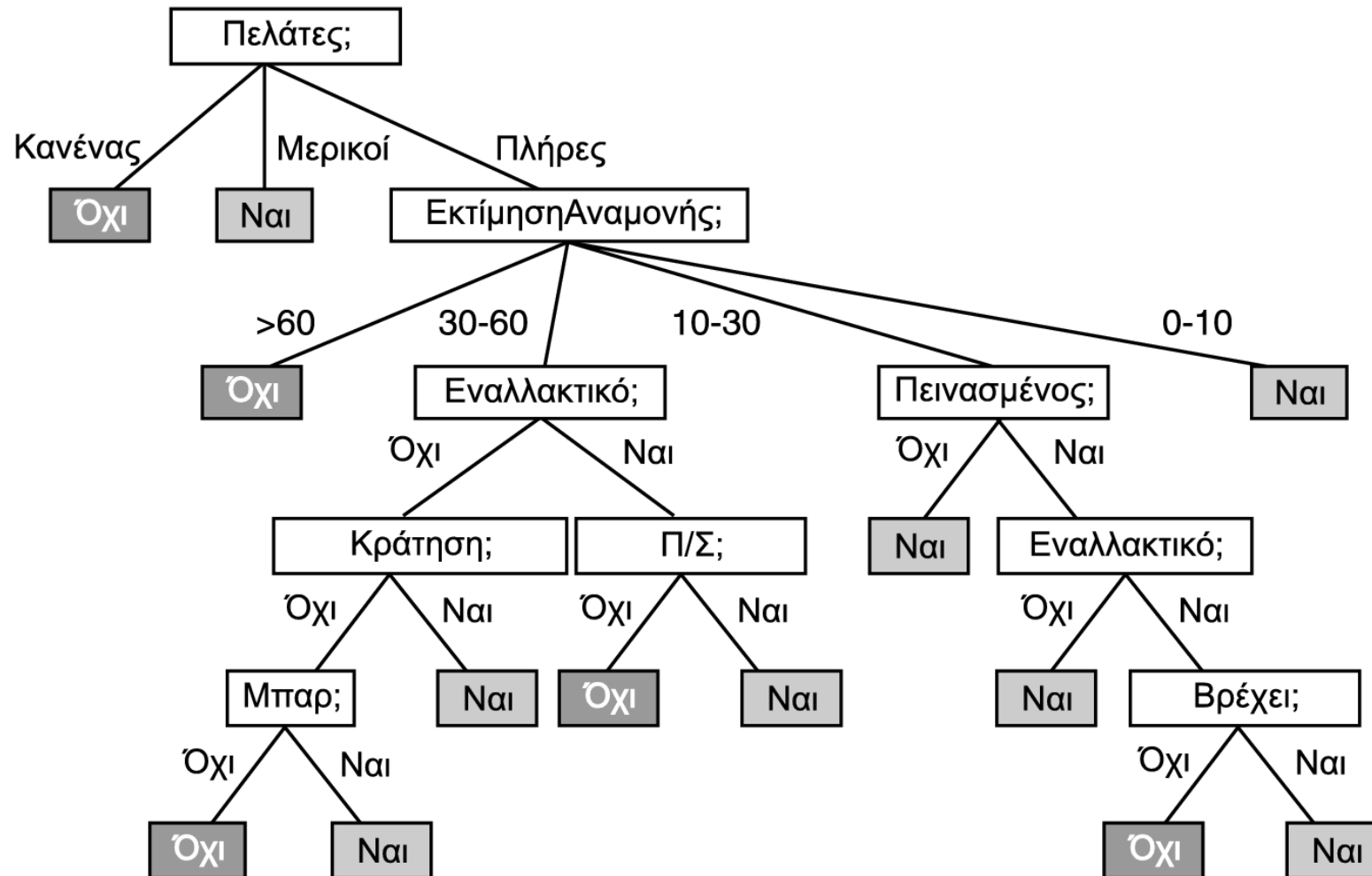
#	Εναλ	Μπαρ	Π/Σ	Πεινασμ	Πελατες	Τιμή	Βρέχει	Κράτηση	Τύπος	Εκτιμ	ΘαΠεριμένει
X <sub>1</sub>	Ναι	Όχι	Όχι	Ναι	Μερικοί	\$\$\$	Όχι	Ναι	Γαλλικό	0-10	Ναι
X <sub>2</sub>	Ναι	Όχι	Όχι	Ναι	Πλήρες	\$	Όχι	Όχι	Ταϋλ	30-60	Όχι
X <sub>3</sub>	Όχι	Ναι	Όχι	Όχι	Μερικοί	\$	Όχι	Όχι	Ταχυφ.	0-10	Ναι
X <sub>4</sub>	Ναι	Όχι	Ναι	Ναι	Πλήρες	\$	Ναι	Όχι	Ταϋλ	10-30	Ναι
X <sub>5</sub>	Ναι	Όχι	Ναι	Όχι	Πλήρες	\$\$\$	Όχι	Ναι	Γαλλικό	>60	Όχι
X <sub>6</sub>	Όχι	Ναι	Όχι	Ναι	Μερικοί	\$\$	Ναι	Ναι	Ιταλικό	0-10	Ναι
X <sub>7</sub>	Όχι	Ναι	Όχι	Όχι	Κανένας	\$	Ναι	Όχι	Ταχυφ.	0-10	Όχι
X <sub>8</sub>	Όχι	Όχι	Όχι	Ναι	Μερικοί	\$\$	Ναι	Ναι	Ταϋλ	0-10	Ναι
X <sub>9</sub>	Όχι	Ναι	Ναι	Όχι	Πλήρες	\$	Ναι	Όχι	Ταχυφ.	>60	Όχι
X <sub>10</sub>	Ναι	Ναι	Ναι	Ναι	Πλήρες	\$\$\$	Όχι	Ναι	Ιταλικό	10-30	Όχι
X <sub>11</sub>	Όχι	Όχι	Όχι	Όχι	Κανένας	\$	Όχι	Όχι	Ταϋλ	0-10	Όχι
X <sub>12</sub>	Ναι	Ναι	Ναι	Ναι	Πλήρες	\$	Όχι	Όχι	Ταχυφ.	30-60	Ναι

# Δέντρα Αποφάσεων



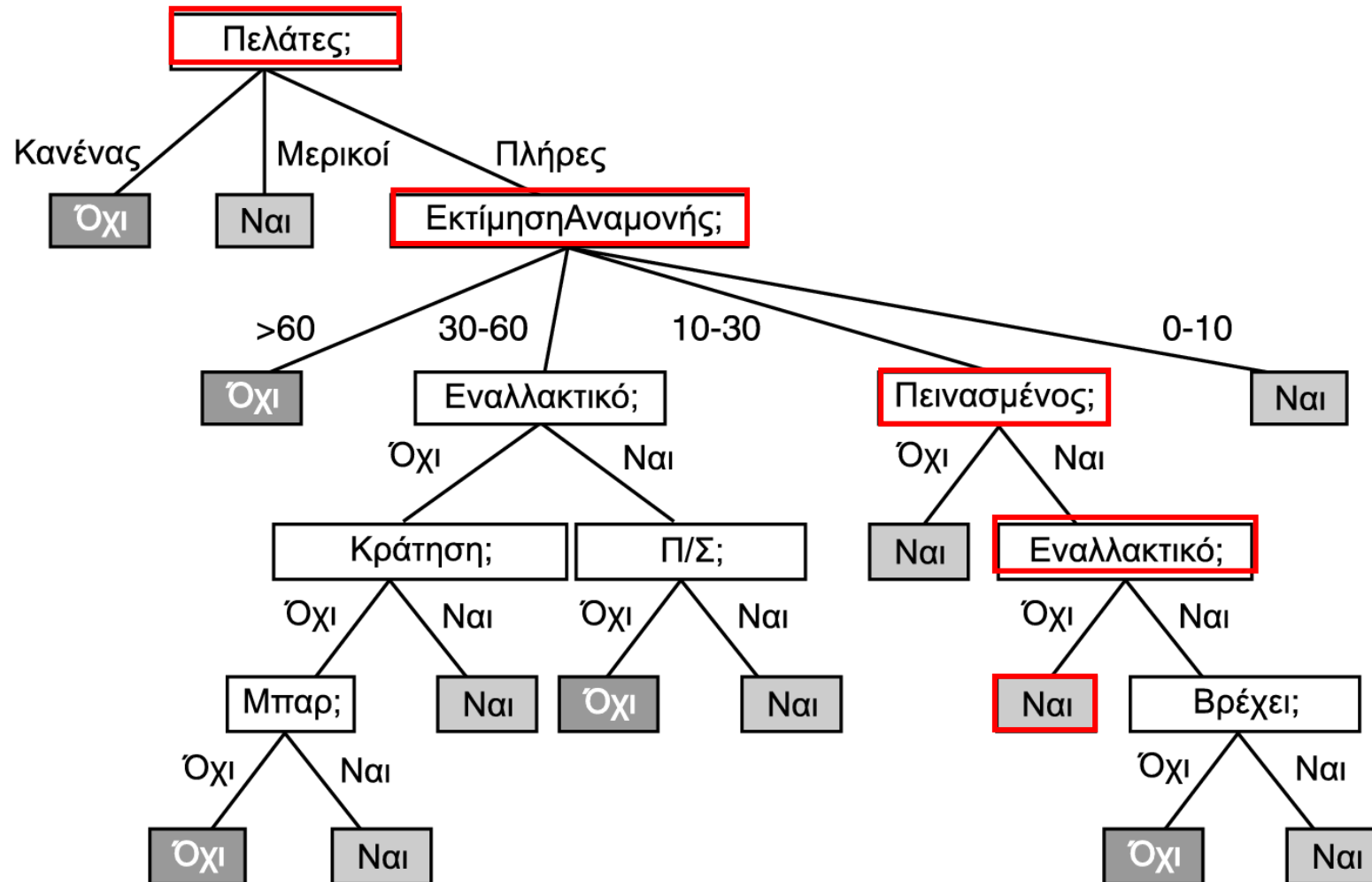
# Δέντρα Αποφάσεων

Νέος Πελάτης: Πλήρες, Εκτίμηση Αναμονής = 15 min, Πεινασμένος = ΝΑΙ, Εναλλακτικό = ΟΧΙ



# Δέντρα Αποφάσεων

Νέος Πελάτης: Πλήρες, Εκτίμηση Αναμονής = 15 min, Πεινασμένος = ΝΑΙ, Εναλλακτικό = ΟΧΙ



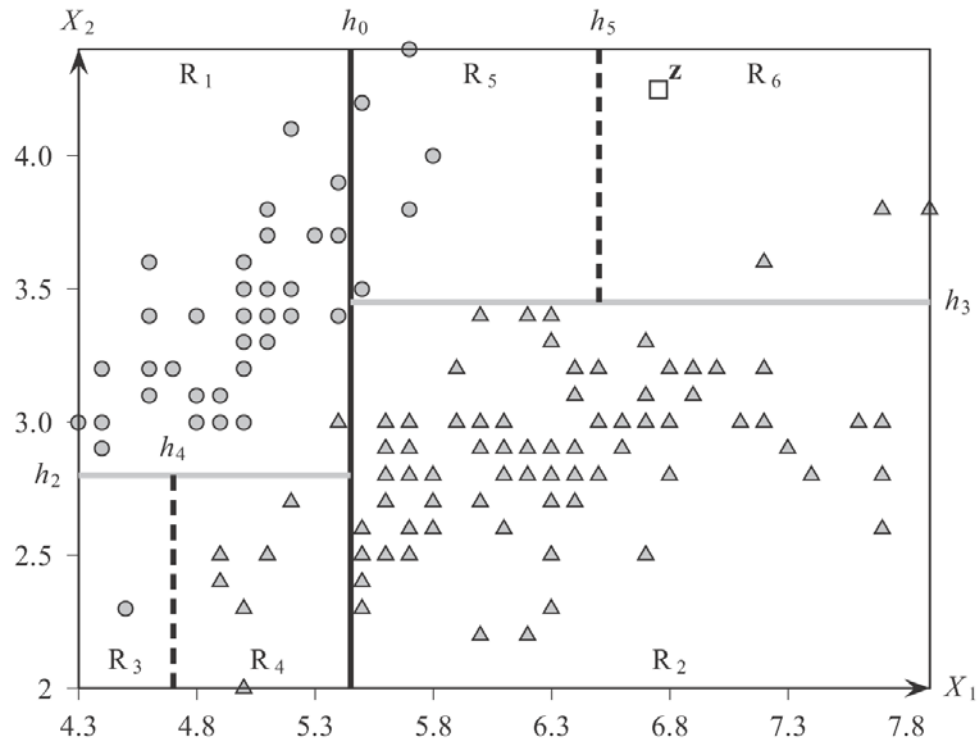
# Δέντρα Αποφάσεων

---

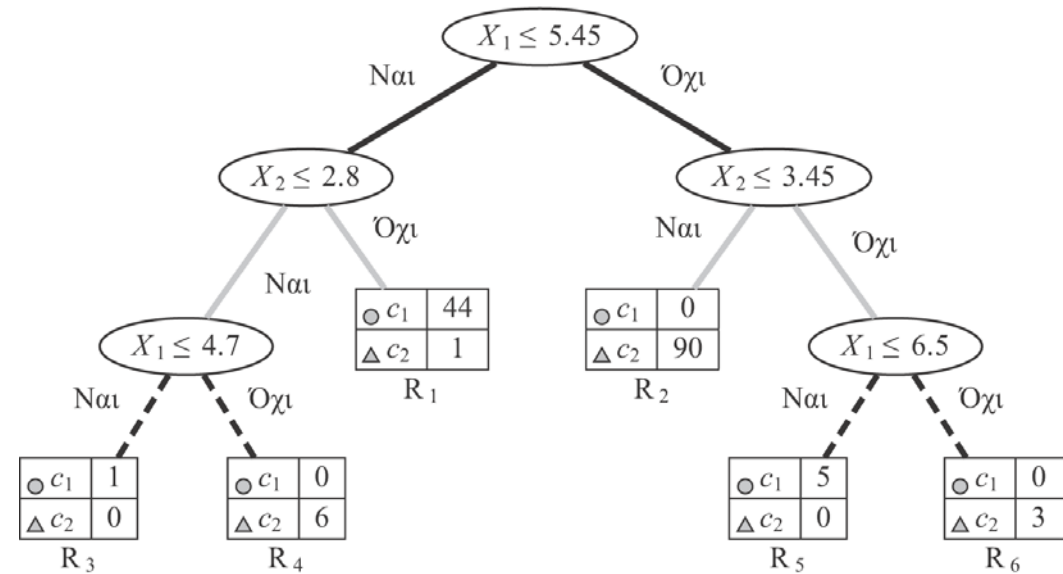
- Εσωτερικοί κόμβοι:
  - έλεγχος και απόφαση με βάση την τιμή κάποιου χαρακτηριστικού (attribute test)
- Φύλλα: απόφαση ταξινόμησης σε κάποια κατηγορία
- Πως επιτυγχάνεται ο διαχωρισμός σε δέντρα αποφάσεων.
  - Υπάρχουν περισσότεροι από δυο τρόποι διαχωρισμού μιας απόφασης.
  - Ωστόσο κάθε φορά θα πρέπει να επιλέγεται η μέθοδος με όποια δεν χάνεται ο έλεγχος – πληροφορία μιας παραμέτρου που μπορεί να επηρεάσει μια απόφαση.



# Δέντρα Αποφάσεων – Iris Data

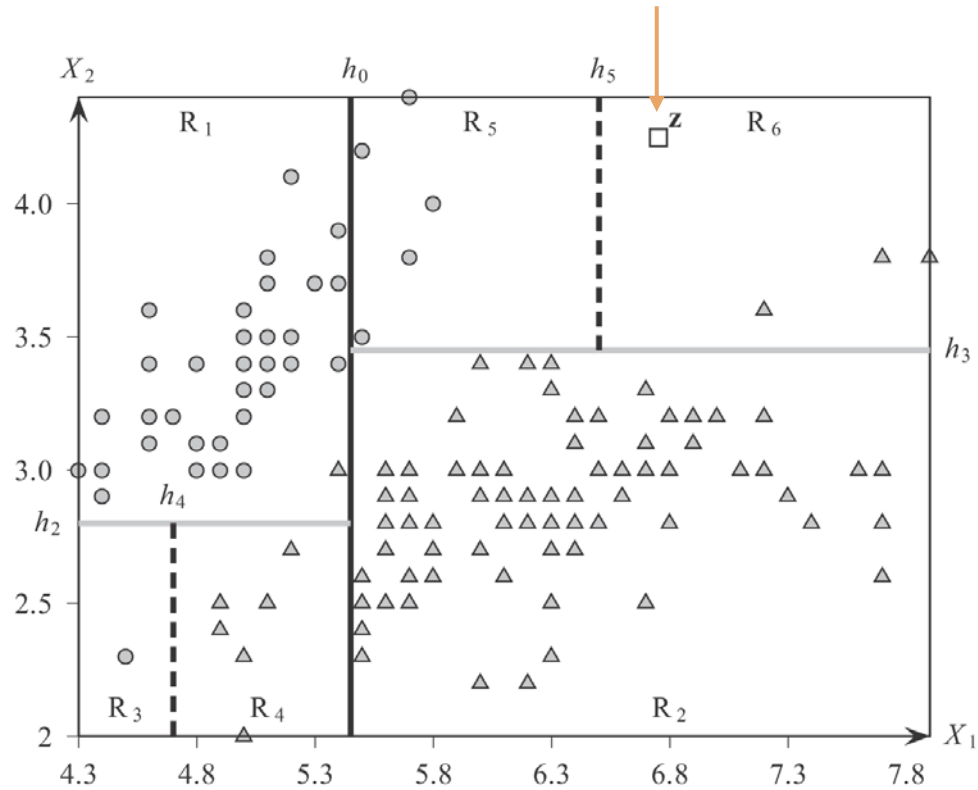


(α) Αναδρομικοί διαμερισμοί

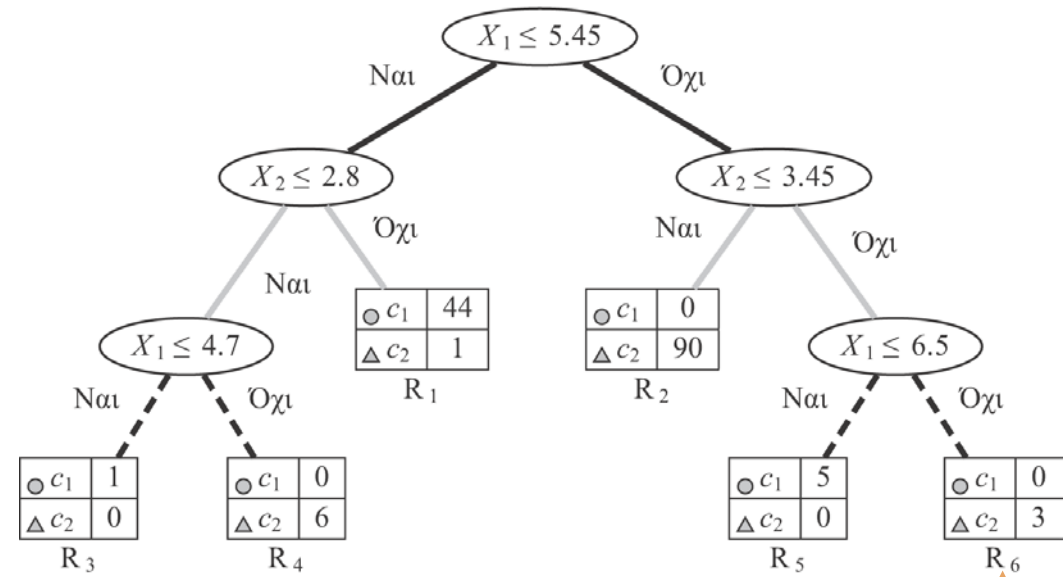


(β) Δένδρο αποφάσεων

# Δέντρα Αποφάσεων – Iris Data

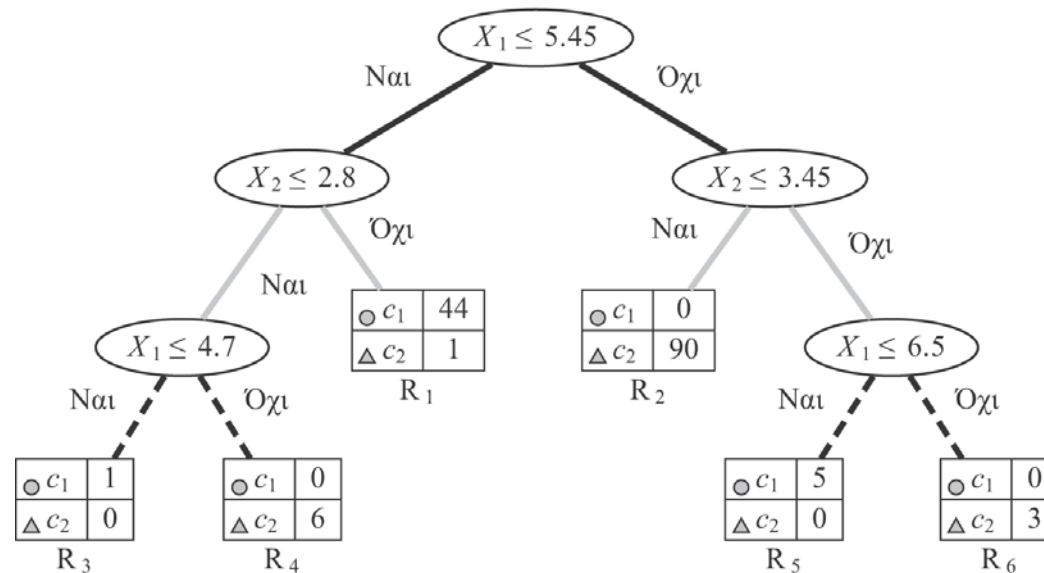


(α) Αναδρομικοί διαμερισμοί



(β) Δένδρο αποφάσεων

# Κανόνες από δένδρα αποφάσεων



(β) Δένδρο αποφάσεων

- ✓ Ένα δένδρο είναι ένα σύνολο κανόνων αποφάσεων· κάθε κανόνας περιλαμβάνει τις αποφάσεις κατά μήκος της διαδρομής προς ένα φύλλο:

R3 : Αν  $X_1 \leq 5.45$  και  $X_2 \leq 2.8$  και  $X_1 \leq 4.7$ , τότε η κατηγορία είναι η  $c_1$ , ή

R4: Αν  $X_1 \leq 5.45$  και  $X_2 \leq 2.8$  και  $X_1 > 4.7$ , τότε η κατηγορία είναι η  $c_2$ , ή

R1: Αν  $X_1 \leq 5.45$  και  $X_2 > 2.8$ , τότε η κατηγορία είναι η  $c_1$ , ή

R2: Αν  $X_1 > 5.45$  και  $X_2 \leq 3.45$ , τότε η κατηγορία είναι η  $c_2$ , ή

R5: Αν  $X_1 > 5.45$  και  $X_2 > 3.45$  και  $X_1 \leq 6.5$ , τότε η κατηγορία είναι η  $c_1$ , ή

R6: Αν  $X_1 > 5.45$  και  $X_2 > 3.45$  και  $X_1 > 6.5$ , τότε η κατηγορία είναι η  $c_2$ .

# Μέτρα αποτίμησης σημείων διαμερισμού: Εντροπία

- Η πρώτη προφανής επιλογή μας είναι ένα σημείο διαμερισμού το οποίο παράγει τον καλύτερο διαχωρισμό ή διάκριση των ετικετών για τις διαφορετικές κατηγορίες.
- Η εντροπία μετρά την ποσότητα της αταξίας ή αβεβαιότητας σε ένα σύστημα.
- Μια διαμέριση έχει χαμηλότερη εντροπία (ή αταξία) αν είναι σχετικά «καθαρή», δηλαδή αν τα περισσότερα από τα σημεία έχουν την ίδια ετικέτα.
- Από την άλλη πλευρά, μια διαμέριση έχει υψηλότερη εντροπία (ή αταξία) αν οι ετικέτες των κατηγοριών είναι ανάμεικτες, με αποτέλεσμα να μην προκύπτει πλειοψηφική κατηγορία.
- Η εντροπία ενός συνόλου σημασμένων σημείων  $\mathbf{D}$  ορίζεται ως εξής:

$$H(\mathbf{D}) = -\sum_{i=1}^k P(c_i | \mathbf{D}) \log_2 P(c_i | \mathbf{D})$$

- όπου  $P(c_i | \mathbf{D})$  είναι η πιθανότητα της κατηγορίας  $c_i$  στο  $\mathbf{D}$ , και  $k$  είναι το πλήθος των κατηγοριών.
- Αν μια περιοχή είναι «καθαρή», δηλαδή περιλαμβάνει σημεία από την ίδια κατηγορία, τότε η εντροπία της είναι μηδενική.

# Μέτρα αποτίμησης σημείων διαμερισμού: Εντροπία

$$H(\mathbf{D}) = - \sum_{i=1}^k P(c_i | \mathbf{D}) \log_2 P(c_i | \mathbf{D})$$

$P(c_i | \mathbf{D})$  είναι η πιθανότητα της κατηγορίας  $c_i$  στο  $\mathbf{D}$ , και  $k$  είναι το πλήθος των κατηγοριών

C1	<b>X</b>
C2	<b>Y</b>

**D**

$$H(D) = -[(P(C1|D) * \log_2 P(C1|D)) + (P(C2|D) * \log_2 P(C2|D))]$$

C1	<b>0</b>
C2	<b>6</b>

**D**

$$P(C1|D) = 0/6 = 0 \quad P(C2|D) = 6/6 = 1$$
$$H(D) = - [ (0 * \log_2 0) + (1 * \log_2 1) ] = - (0 + 0) = 0$$

C1	<b>1</b>
C2	<b>5</b>

**D**

$$P(C1) = 1/6 \quad P(C2) = 5/6$$
$$H(D) = - [ (\frac{1}{6} * \log_2 \frac{1}{6}) + (\frac{5}{6} * \log_2 \frac{5}{6}) ] = - [ (\frac{1}{6} * (-2.585)) + (\frac{5}{6} * (-0.263)) ] = -(0.65) = 0.65$$

# Μέτρα αποτίμησης σημείων διαμερισμού: Εντροπία

- Ορίζουμε την εντροπία διαμερισμού ως τη σταθμισμένη εντροπία καθεμίας από τις διαμερίσεις που προκύπτουν:

$$H(\mathbf{D}_Y, \mathbf{D}_N) = \frac{n_Y}{n} H(\mathbf{D}_Y) + \frac{n_N}{n} H(\mathbf{D}_N)$$

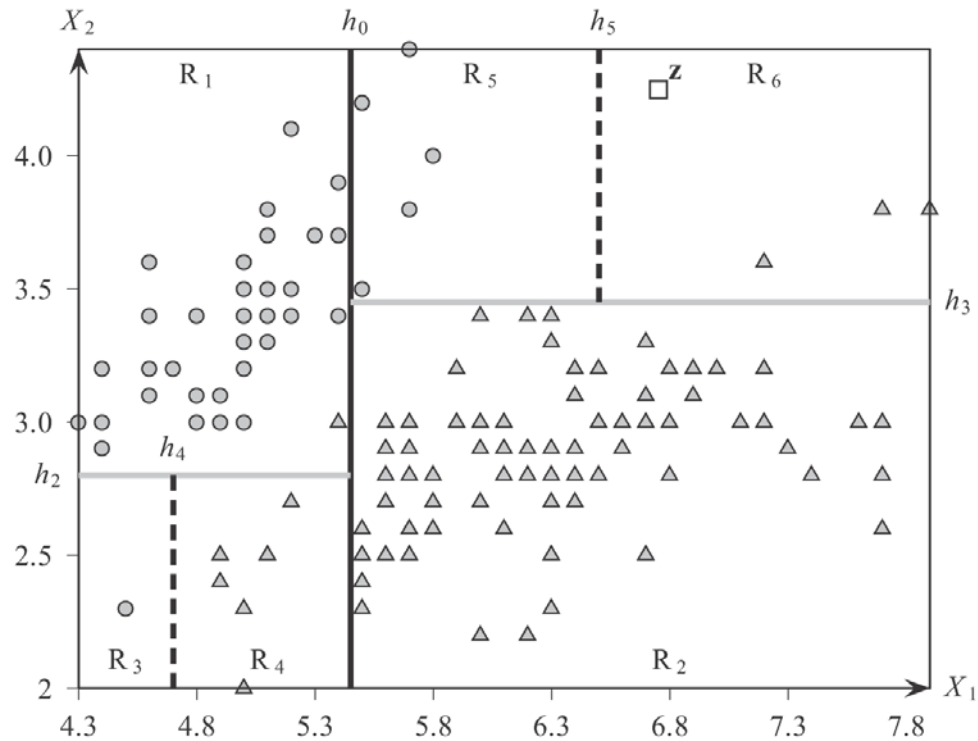
- όπου  $n = |\mathbf{D}|$  είναι το πλήθος των σημείων του  $\mathbf{D}$ , ενώ  $n_Y = |\mathbf{D}_Y|$  και  $n_N = |\mathbf{D}_N|$  είναι το πλήθος των σημείων για τα  $\mathbf{D}_Y$  και  $\mathbf{D}_N$ , αντίστοιχα.

- Ορίζουμε το κέρδος πληροφορίας για ένα καθορισμένο σημείο διαμερισμού όπως φαίνεται παρακάτω:

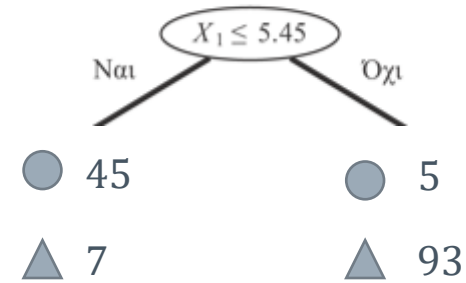
$$Gain(\mathbf{D}, \mathbf{D}_Y, \mathbf{D}_N) = H(\mathbf{D}) - H(\mathbf{D}_Y, \mathbf{D}_N)$$

- Όσο υψηλότερη είναι η τιμή του κέρδους πληροφορίας, τόσο μεγαλύτερη είναι η μείωση της εντροπίας, και άρα τόσο καλύτερο είναι το σημείο διαμερισμού.
- Μπορούμε να βαθμολογήσουμε κάθε σημείο διαμερισμού και να επιλέξουμε εκείνο το οποίο παράγει το υψηλότερο πληροφοριακό κέρδος.

# Gain - Παράδειγμα



(α) Αναδρομικοί διαμερισμοί



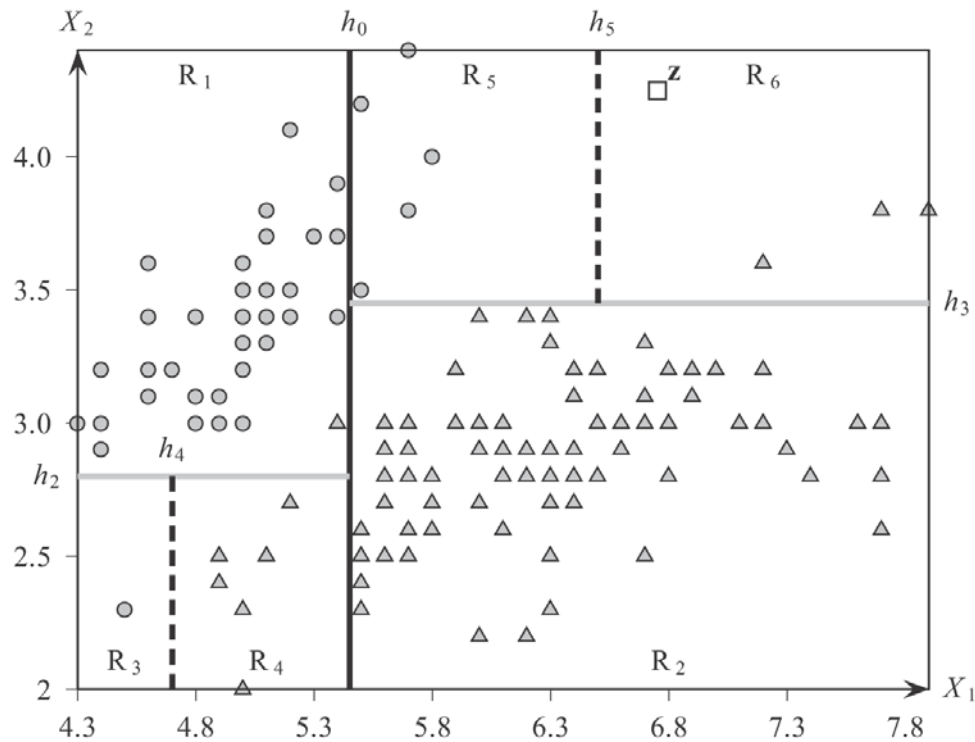
Gain = ???

$$Gain(\mathbf{D}, \mathbf{D}_Y, \mathbf{D}_N) = H(\mathbf{D}) - H(\mathbf{D}_Y, \mathbf{D}_N)$$

$$H(\mathbf{D}) = -\sum_{i=1}^K P(c_i | \mathbf{D}) \log_2 P(c_i | \mathbf{D})$$

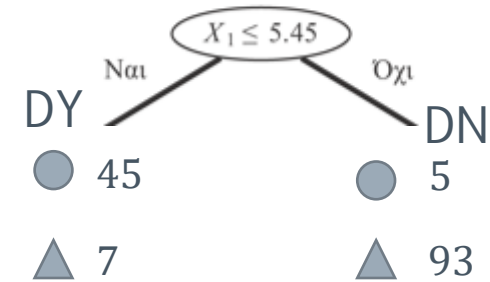
$$H(\mathbf{D}_Y, \mathbf{D}_N) = \frac{n_Y}{n} H(\mathbf{D}_Y) + \frac{n_N}{n} H(\mathbf{D}_N)$$

# Gain - Παράδειγμα



(α) Αναδρομικοί διαμερισμοί

C1 ●  
C2 ▲



- $D = 45 + 7 + 5 + 93 = 150$
- $D_y = 45 + 7 = 52, D_n = 5 + 93 = 98$
- $P(C1 | D) = 50/150 = 1/3$
- $P(C2 | D) = 100/150 = 2/3$
- $P(C1 | D_y) = 45/52 = 0.865$
- $P(C2 | D_y) = 7/52 = 0.135$
- $P(C1 | D_n) = 5/98 = 0.051$
- $P(C2 | D_n) = 93/98 = 0.949$

- $H(D) = - [P(C1 | D) * \log_2(P(C1 | D)) + P(C2 | D) * \log_2(P(C2 | D))] = - [1/3 * \log_2(1/3) + 2/3 * \log_2(2/3)] = 0.918$
- $H(D_y, D_n) = \{ 52/150 * -[0.865 * \log_2(0.865) + 0.135 * \log_2(0.135)] + 98/150 * -[0.051 * \log_2(0.051) + 0.949 * \log_2(0.949)] \} = ..$
- $Gain = H(D) - H(D_y, D_n) = ...$



## Μέτρα αποτίμησης σημείων διαμερισμού: Δείκτης Gini

Δείκτης Gini:

– Ο δείκτης Gini ορίζεται ως

$$Gini(t) = 1 - \sum_{j=1}^c p(j|t)^2$$

- $p(j|t)$  σχετική συχνότητα της κλάσης  $j$  στον κόμβο  $t$  (ποσοστό εγγγραφών της κλάσης  $j$  στον κόμβο  $t$ )
- $c$  αριθμός κλάσεων

– Αν η διαμέριση είναι «καθαρή», τότε ο δείκτης Gini θα είναι 0.

Παραδείγματα:

C1	<b>0</b>
C2	<b>6</b>
<b>Gini=0.000</b>	

C1	<b>1</b>
C2	<b>5</b>
<b>Gini=0.278</b>	

C1	<b>3</b>
C2	<b>3</b>
<b>Gini=0.500</b>	

$$Gini = 1 - [(0/6)^2 + (6/6)^2] = 1 - [0 + 1] = 1 - 1 = 0$$

$$Gini = 1 - [(1/6)^2 + (5/6)^2] = 1 - [0.028 + 0.69] = 0.282$$

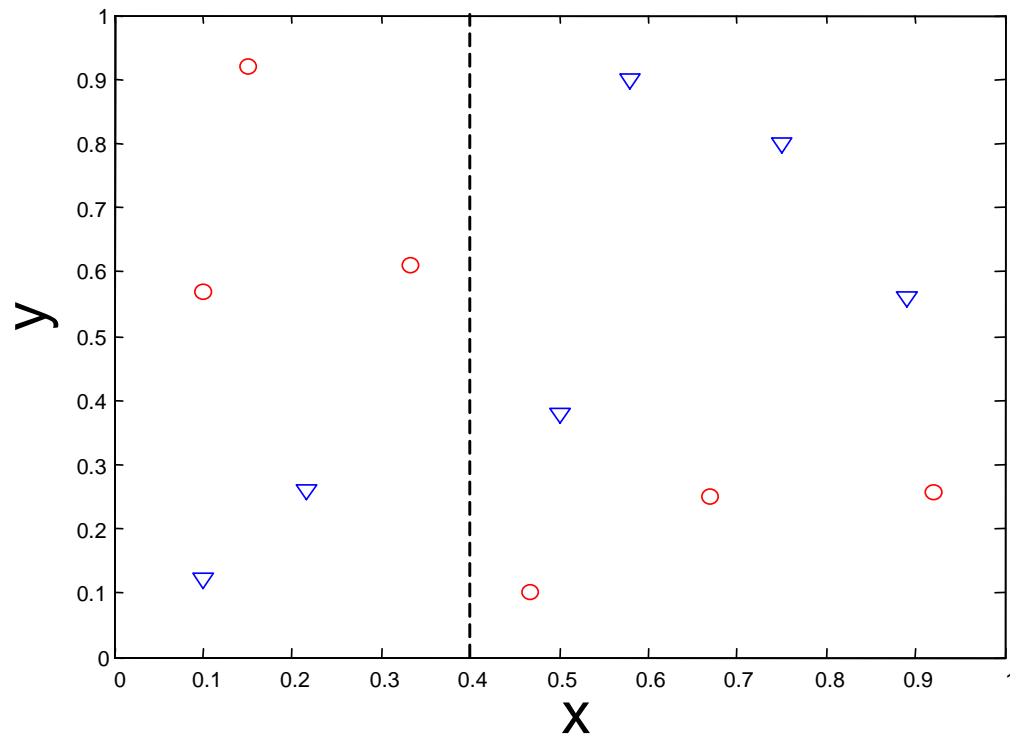
$$Gini = 1 - 0.5 = 0.5$$

## Μέτρα αποτίμησης σημείων διαμερισμού: Δείκτης Gini

- Όταν ένας κόμβος  $p$  διασπάται σε  $k$  κόμβους (παιδιά), (που σημαίνει ότι το σύνολο των εγγραφών του κόμβου χωρίζεται σε  $k$  υποσύνολα), η ποιότητα του διαχωρισμού υπολογίζεται ως:

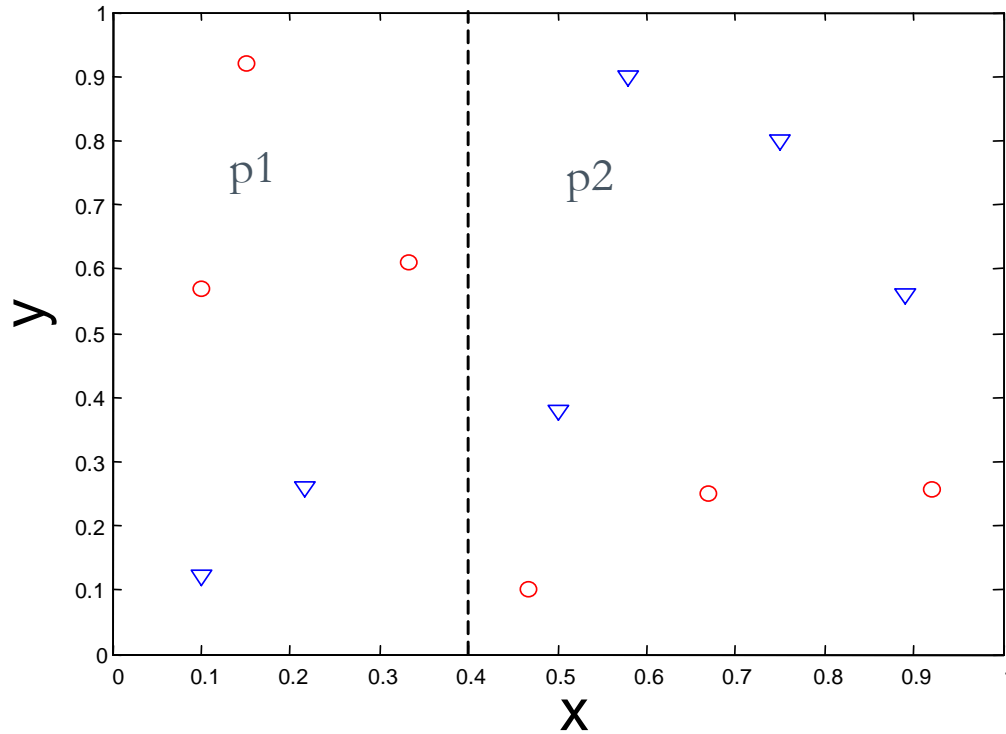
$$Gini_{split} = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{n} Gini(i)$$

- όπου,  $n_i$  = αριθμός εγγραφών του παιδιού  $i$ ,
- $n$  = αριθμός εγγραφών του κόμβου  $p$ .



$$Gini_{split} = 0.486$$

## Μέτρα αποτίμησης σημείων διαμερισμού: Δείκτης Gini



$$Gini_{split} = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{n} Gini(i)$$

$$Gini(t) = 1 - \sum_{j=1}^c p(j|t)^2$$

$$Gini_{split} = 0.486$$

$$Gini_{split} = n(p1)/n * Gini(p1) + n(p2)/n * Gini(p2) = 5/12 * 0.48 + 7/12 * 0.49 = 0.486$$

$$Gini(p1) = 1 - [(3/5)^2 + (2/5)^2] = 0.48$$

$$Gini(p2) = 1 - [(4/7)^2 + (3/7)^2] = 0.49$$

---

## Μέτρα αποτίμησης σημείων διαμερισμού: Δείκτης Gini και μέτρο CART

---

Δείκτης Gini:

- Ο δείκτης Gini ορίζεται ως 
$$G(\mathbf{D}) = 1 - \sum_{i=1}^k P(c_i | \mathbf{D})^2$$
- Αν η διαμέριση είναι «καθαρή», τότε ο δείκτης Gini θα είναι 0.
- Ο σταθμισμένος δείκτης Gini ενός σημείου διαμερισμού υπολογίζεται ως εξής:

$$G(\mathbf{D}_Y, \mathbf{D}_N) = \frac{n_Y}{n} G(\mathbf{D}_Y) + \frac{n_N}{n} G(\mathbf{D}_N)$$

- Όσο χαμηλότερη είναι η τιμή του, τόσο καλύτερο είναι το σημείο διαμερισμού.

Μέτρο CART:

- Το μέτρο CART ορίζεται ως

$$CART(\mathbf{D}_Y, \mathbf{D}_N) = 2 \frac{n_Y}{n} \frac{n_N}{n} \sum_{i=1}^k |P(c_i | \mathbf{D}_Y) - P(c_i | \mathbf{D}_N)|$$

- όσο υψηλότερη είναι η τιμή του μέτρου CART, τόσο καλύτερο είναι το σημείο διαμερισμού.

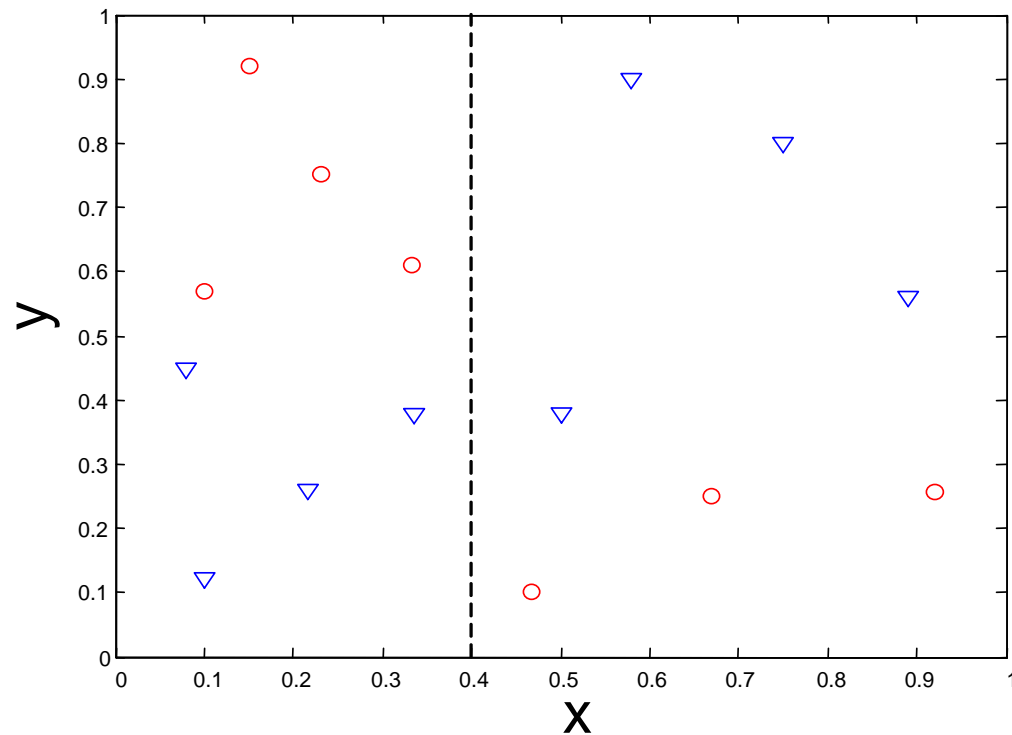
# Άσκηση

- Κατασκευάστε ένα δένδρο αποφάσεων χρησιμοποιώντας ως κατώφλι καθαρότητας τη τιμή 100%. Χρησιμοποιείτε στο κέρδος πληροφορίας ως μέτρο αποτίμησης των σημείων διαμερισμού.
- Κατηγοριοποιείτε το σημείο (Age = 27, Car = Vintage)

Point	Age	Car	Risk
$x_1$	25	Sports	<i>L</i>
$x_2$	20	Vintage	<i>H</i>
$x_3$	25	Sports	<i>L</i>
$x_4$	45	SUV	<i>H</i>
$x_5$	20	Sports	<i>H</i>
$x_6$	25	SUV	<i>H</i>

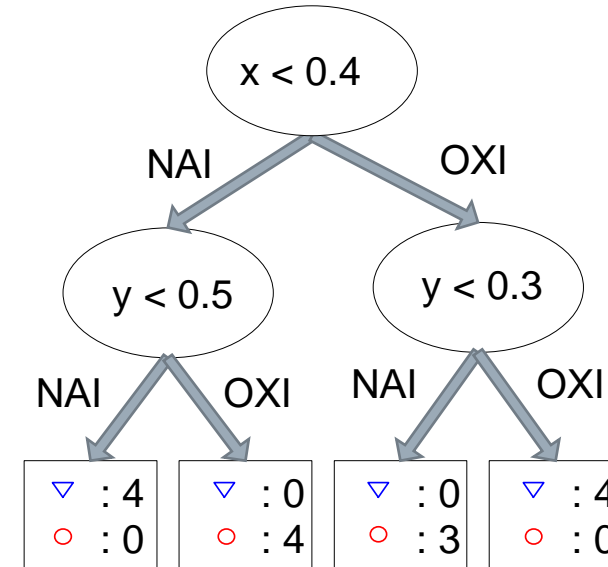
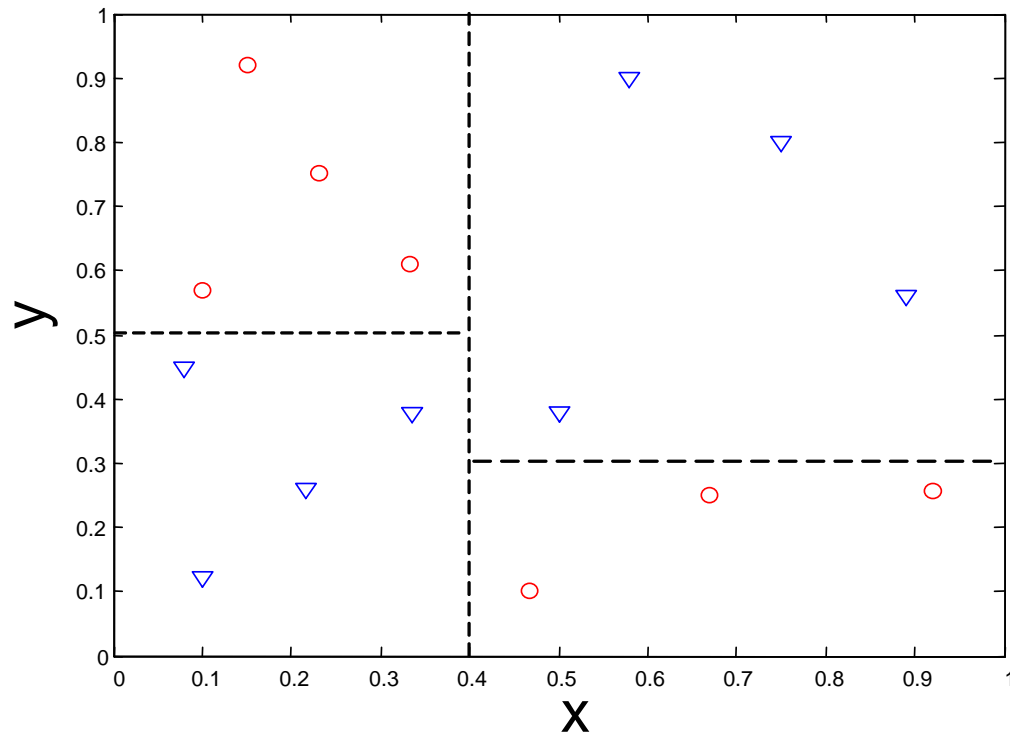
# Άσκηση

- Έστω η ρίζα του δέντρου στο  $X = 0.4$ .
- Κατασκευάστε ένα δένδρο αποφάσεων χρησιμοποιώντας ως κατώφλι καθαρότητας τη τιμή 100%.



# Άσκηση

- Έστω η ρίζα του δέντρου στο  $X = 0.4$ .
- Κατασκευάστε ένα δένδρο αποφάσεων χρησιμοποιώντας ως κατώφλι καθαρότητας τη τιμή 100%.



# Άσκηση

- Δίνονται 10 περιπτώσεις ασθενών με τα χαρακτηριστικά τους (Ηλικία, Σύμπτωμα, Τιμή Hct, Βάρος) και το αντίστοιχο αποτέλεσμα της εξέτασης (Θετικό ή Αρνητικό).
  - Να δημιουργήσετε ένα δένδρο αποφάσεων με ρίζα την ιδιότητα «Ηλικία»
  - Να κατηγοριοποιήσετε ένα νέο ασθενή με τα εξής χαρακτηριστικά (Ηλικία = Ενήλικας, Σύμπτωμα = Πονοκέφαλος, Τιμή Hct = Χαμηλό, Βάρος = Φυσιολογικός).
  - Να υπολογίσετε το «Κέρδος Πληροφορίας» (Information Gain) στο split της ρίζας.

*\*Σημείωση: Κάθε κόμβος να αντιστοιχεί σε μια δυαδική διάσπαση σε δύο κόμβους απογόνους με την προϋπόθεση ότι τουλάχιστον ένας κόμβος απόγονος θα περιέχει δεδομένα με Εντροπία = 0.*

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό



# Λύση

Να δημιουργήσετε ένα δένδρο αποφάσεων με ρίζα την ιδιότητα «Ηλικία»

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό

# Λύση

Υπάρχει κατηγορία στο πεδίο «Ηλικία» που να περιέχει  
μόνο μια κατηγορία αποτελεσμάτων  
???

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό

# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό

# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό



# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό

# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό



# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό

# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό





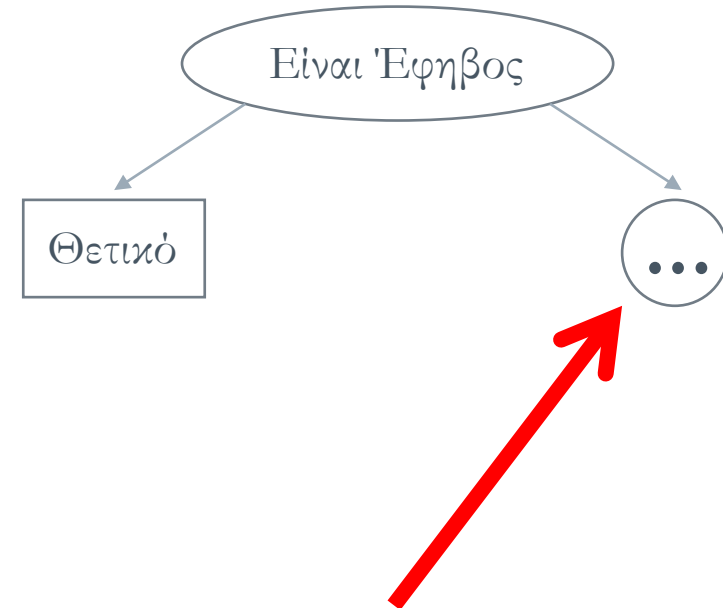
# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό



# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό



# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό

# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό



# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό

# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό



# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό

# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό





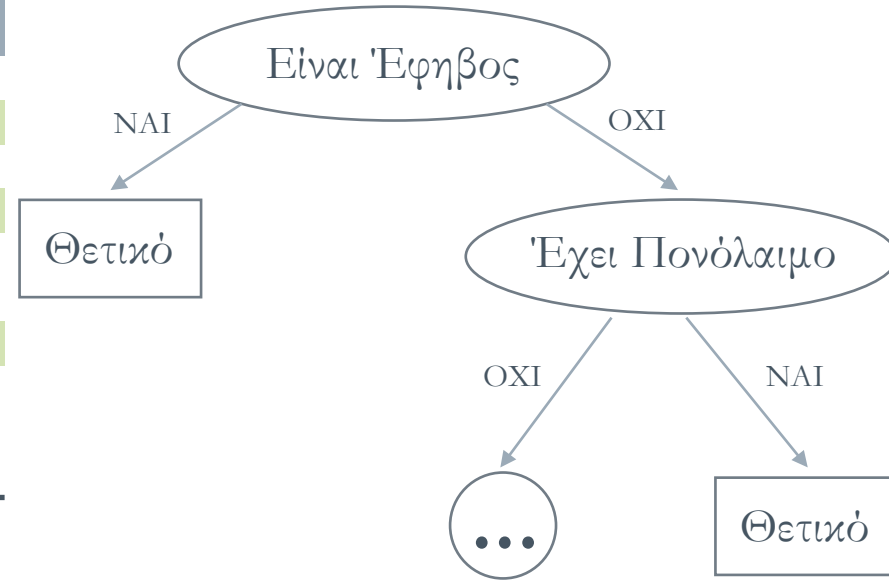
# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό



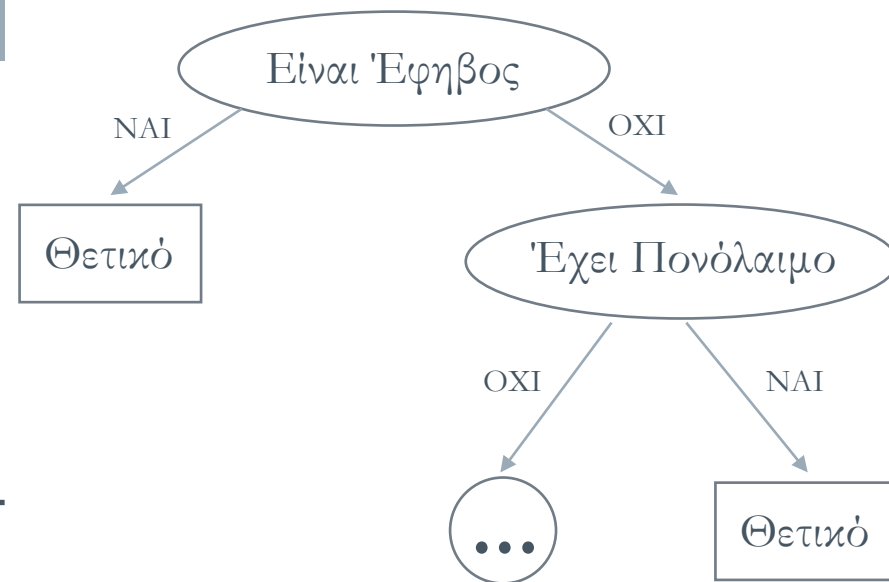
# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό



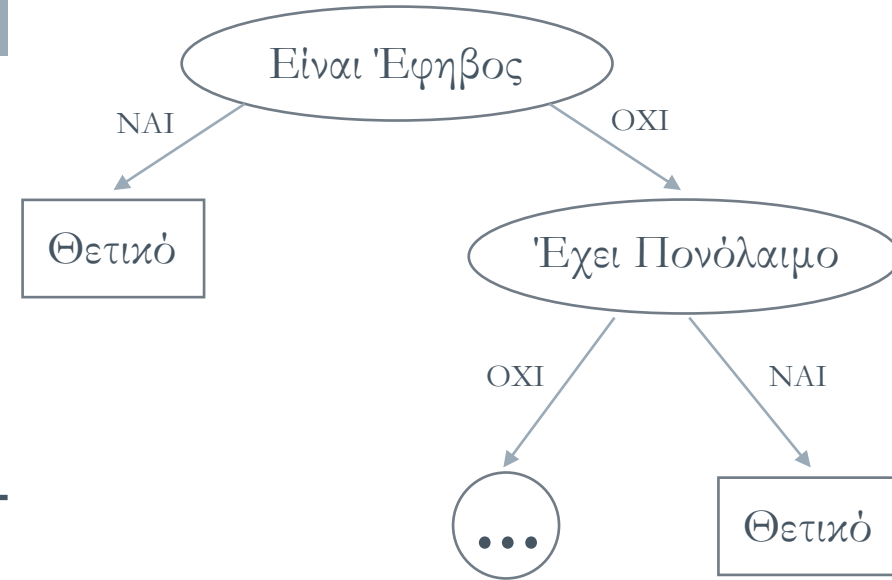
# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό



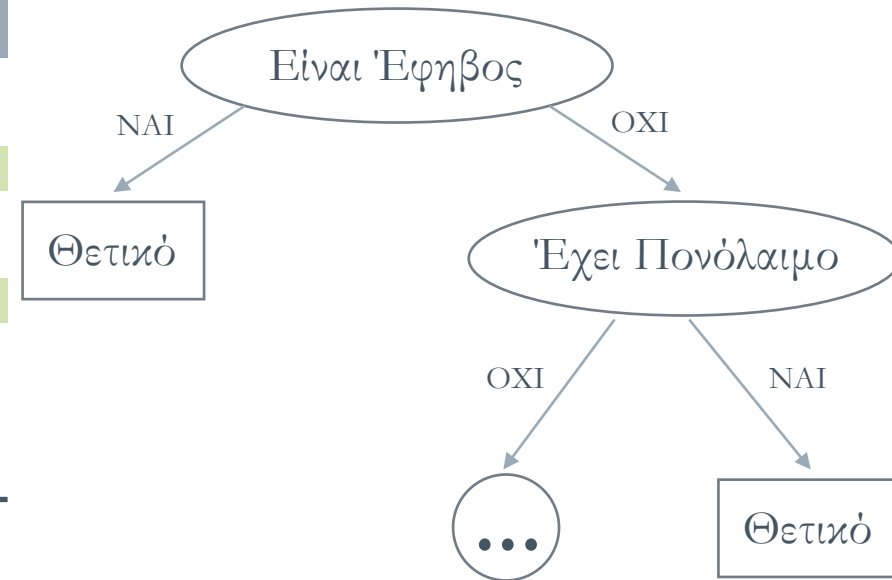
# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό



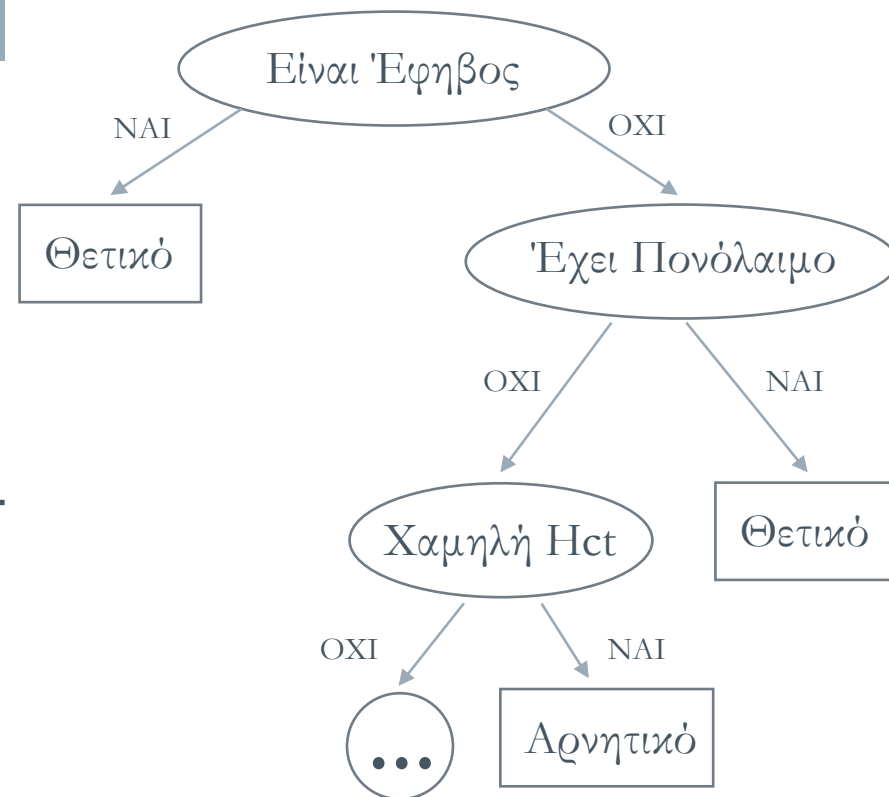
# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό



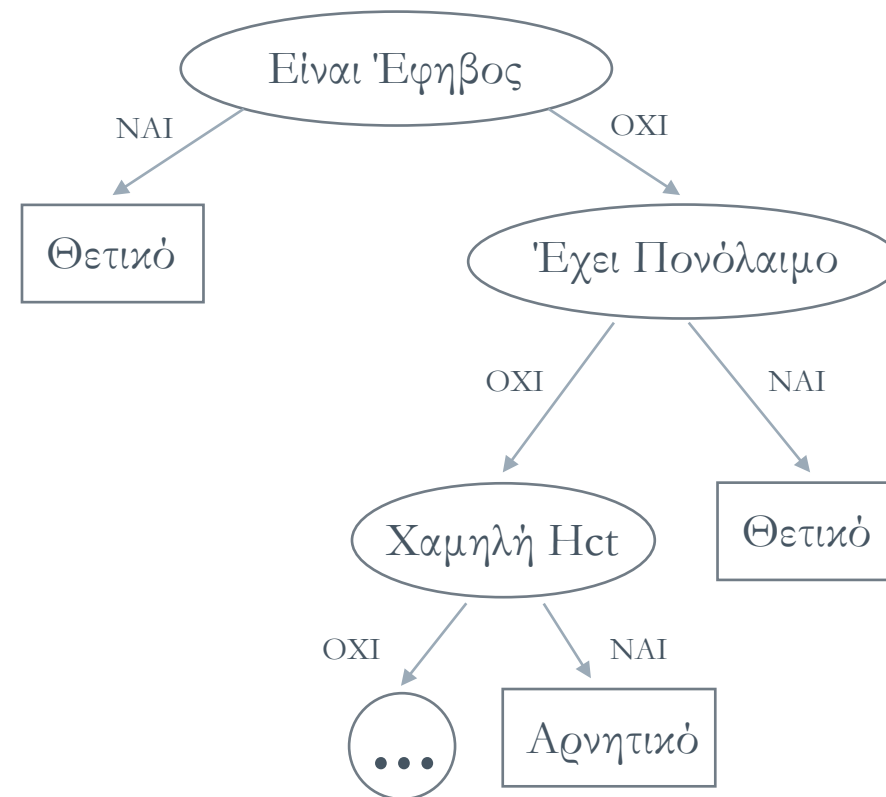
# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό



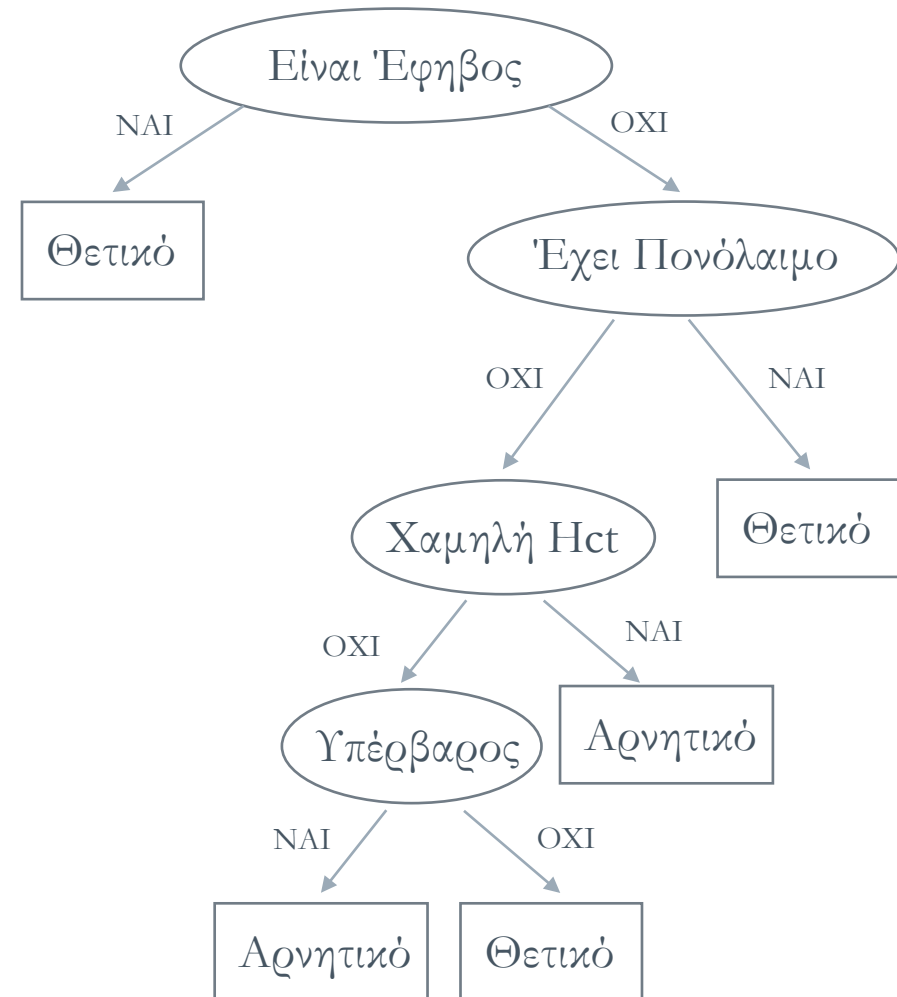
# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό



# Λύση

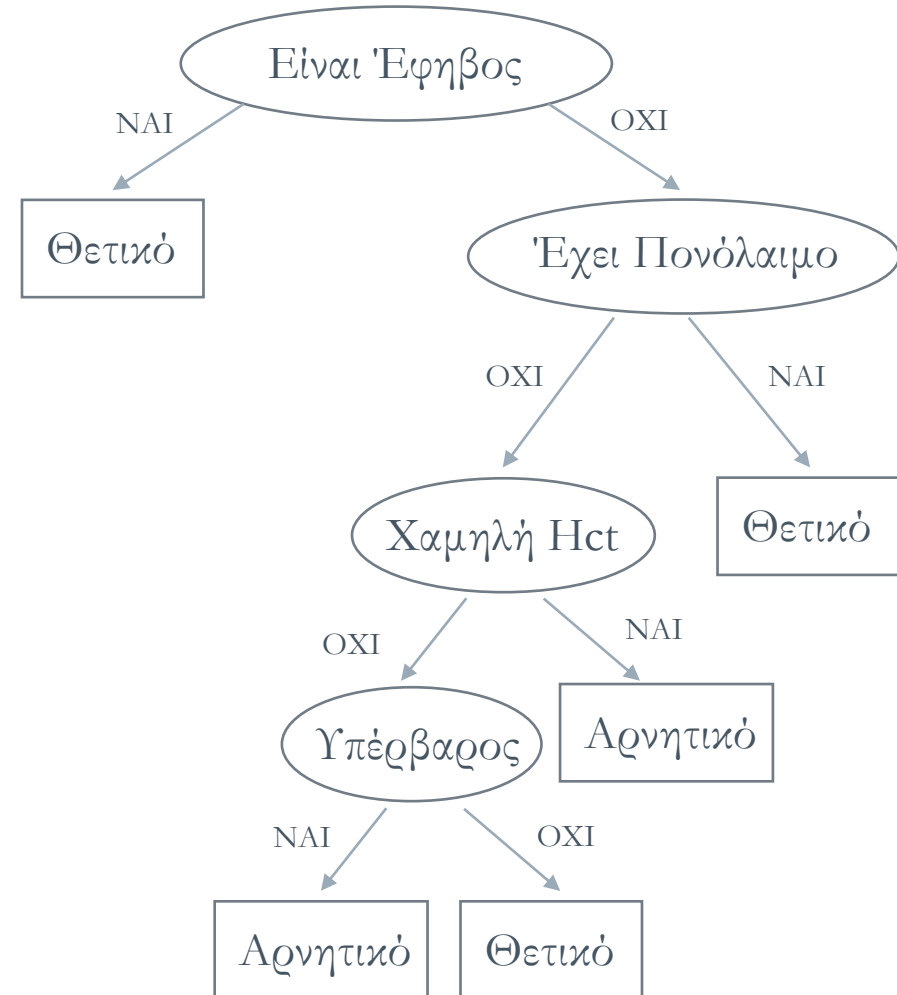
ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό





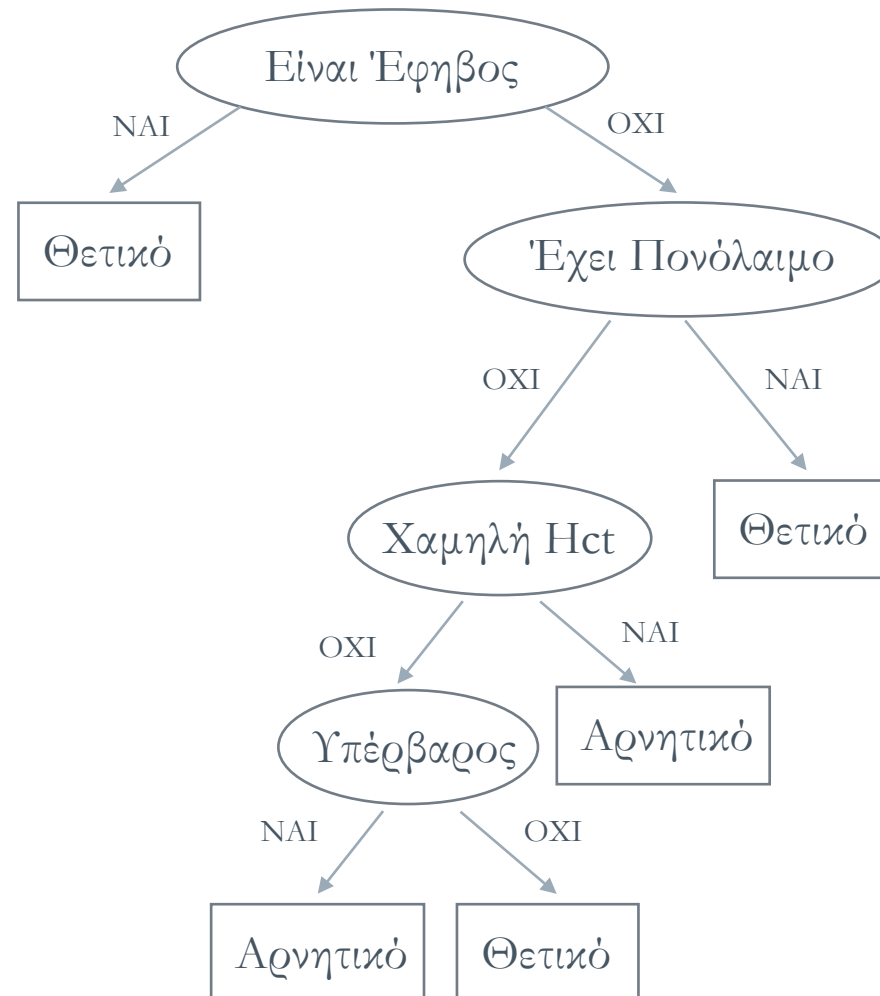
# Λύση

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Ηυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Ηυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Ηυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό



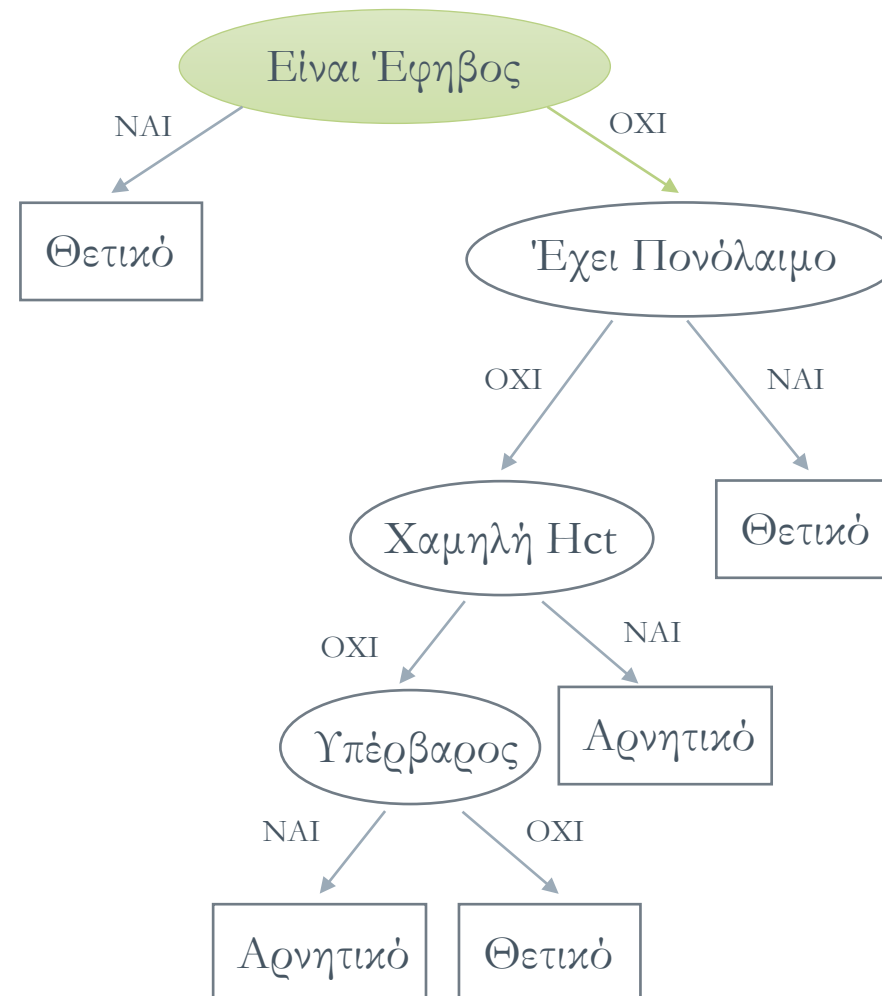
# Λύση

- Να κατηγοριοποιήσετε ένα νέο ασθενή με τα εξής χαρακτηριστικά
  - (Ηλικία = Ενήλικας, Σύμπτωμα = Πονοκέφαλος, Τιμή Hct = Χαμηλό, Βάρος = Φυσιολογικός).



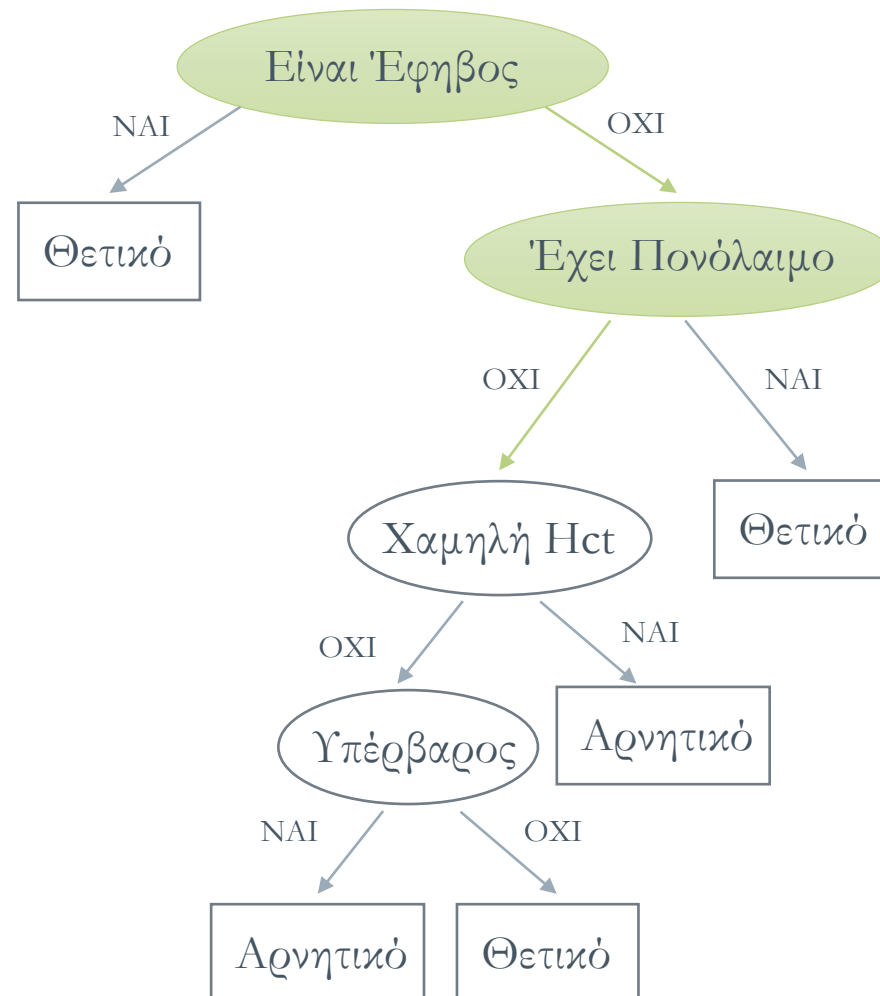
# Λύση

- Να κατηγοριοποιήσετε ένα νέο ασθενή με τα εξής χαρακτηριστικά
  - (Ηλικία = Ενήλικας, Σύμπτωμα = Πονοκέφαλος, Τιμή Hct = Χαμηλό, Βάρος = Φυσιολογικός).



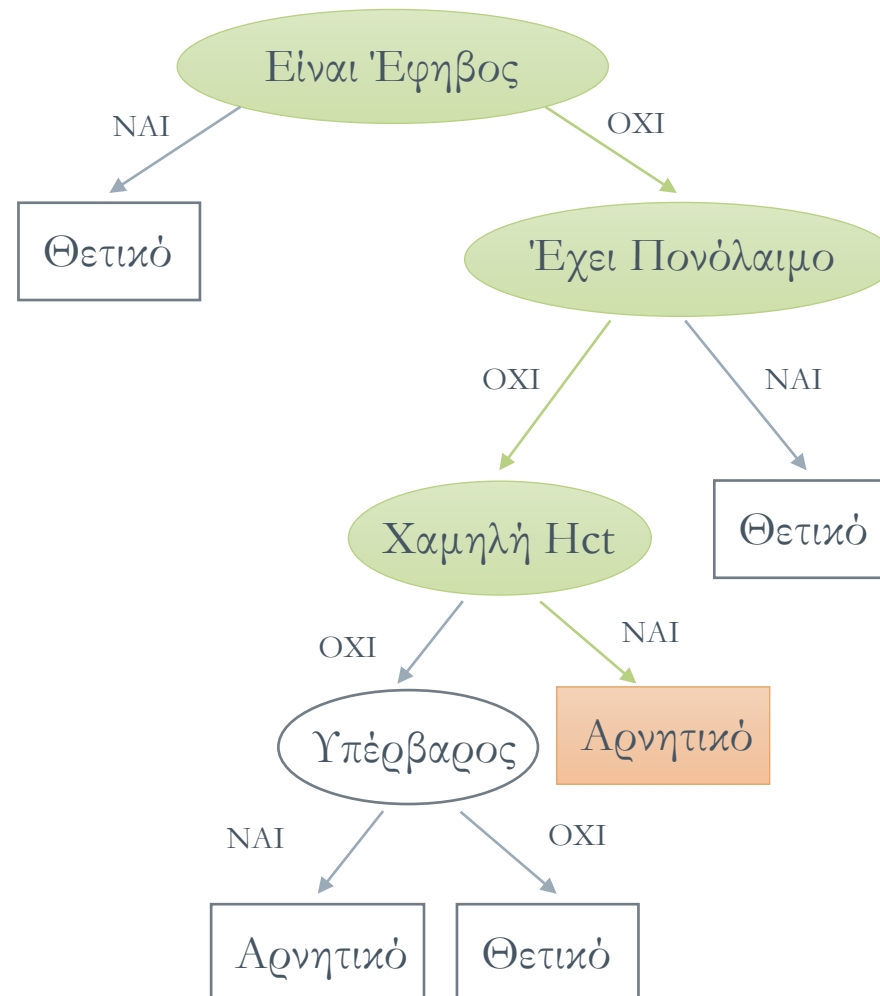
# Λύση

- Να κατηγοριοποιήσετε ένα νέο ασθενή με τα εξής χαρακτηριστικά
  - (Ηλικία = Ενήλικας, Σύμπτωμα = Πονοκέφαλος, Τιμή Hct = Χαμηλό, Βάρος = Φυσιολογικός).



# Λύση

- Να κατηγοριοποιήσετε ένα νέο ασθενή με τα εξής χαρακτηριστικά
  - (Ηλικία = Ενήλικας, Σύμπτωμα = Πονοκέφαλος, Τιμή Hct = Χαμηλό, Βάρος = Φυσιολογικός).



---

# Λύση

---

- Να υπολογίσετε το «Κέρδος Πληροφορίας» (Information Gain) στο split της ρίζας.

# Λύση

- Να υπολογίσετε το «Κέρδος Πληροφορίας» (Information Gain) στο split της ρίζας.

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό



# Λύση

- Να υπολογίσετε το «Κέρδος Πληροφορίας» (Information Gain) στο split της ρίζας.

ΗΛΙΚΙΑ	ΣΥΜΠΤΩΜΑ	ΤΙΜΗ Hct	ΒΑΡΟΣ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
Έφηβος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Αρνητικό
Ηλικιωμένος	Πονόλαιμος	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πυρετός	Υψηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ηλικιωμένος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Ενήλικας	Πονόλαιμος	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό
Έφηβος	Πονοκέφαλος	Χαμηλή	Φυσιολογικός	Θετικό
Ενήλικας	Πονοκέφαλος	Υψηλή	Υπέρβαρος	Αρνητικό
Έφηβος	Πυρετός	Χαμηλή	Υπέρβαρος	Θετικό



$$Gain(\mathbf{D}, \mathbf{D}_Y, \mathbf{D}_N) = H(\mathbf{D}) - H(\mathbf{D}_Y, \mathbf{D}_N)$$

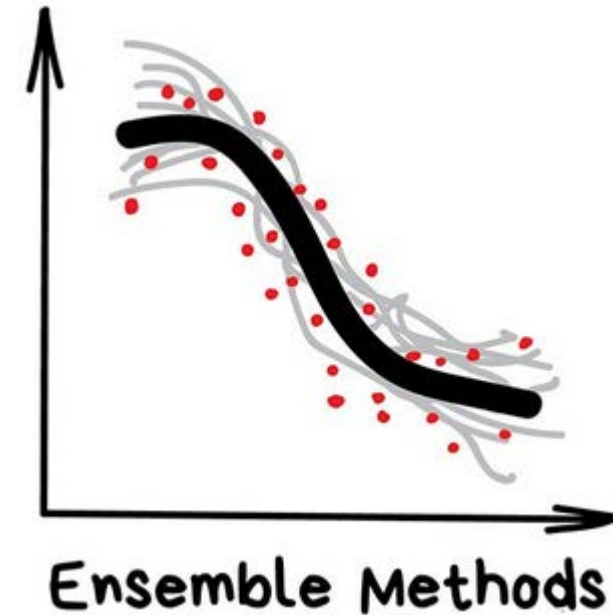
$$H(\mathbf{D}) = -\sum_{i=1}^k P(c_i | \mathbf{D}) \log_2 P(c_i | \mathbf{D})$$

$$H(\mathbf{D}_Y, \mathbf{D}_N) = \frac{n_Y}{n} H(\mathbf{D}_Y) + \frac{n_N}{n} H(\mathbf{D}_N)$$



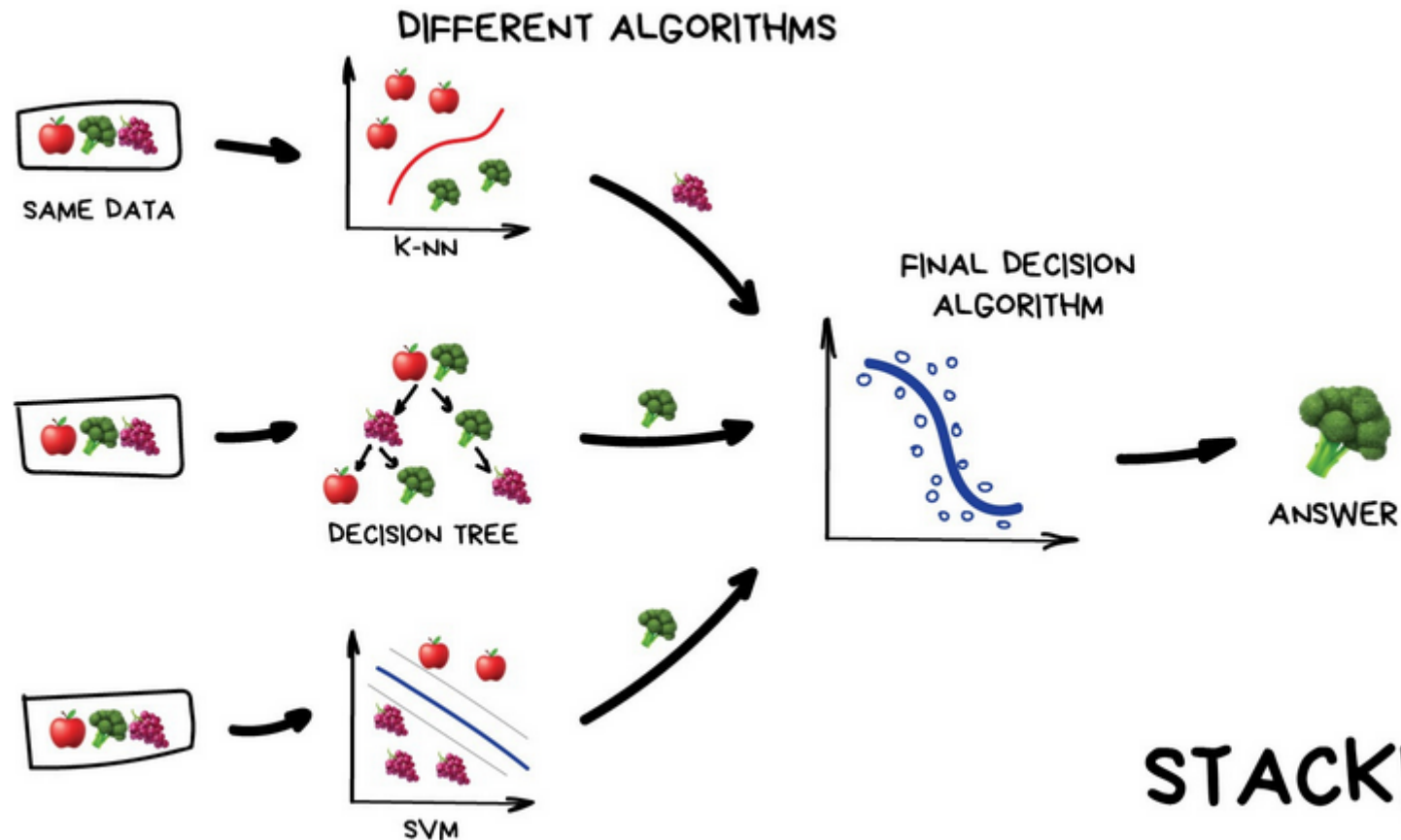
# Συνδυαστικοί Ταξινομητές (Ensemble Classifiers)

- στοχεύει στη βελτίωση της ορθότητας κατηγοριοποίησης,
  - συναθροίζοντας τις προβλέψεις πολλών κατηγοριοποιητών.
- Μια μέθοδος ομάδας κατηγοριοποιεί δημιουργώντας βασικούς κατηγοριοποιητές από τα δείγματα του συνόλου εκπαίδευσης,
  - κάθε ένας από τους οποίους συμβάλει στο τελικό αποτέλεσμα με μια ψήφο (πρόταση).
- Το σύνολο των ψήφων των κατηγοριοποιητών αυτών διαμορφώνει το τελικό αποτέλεσμα.
- Χωρίζονται σε 3 κατηγορίες
  - Stacking
  - Bagging
  - Boosting



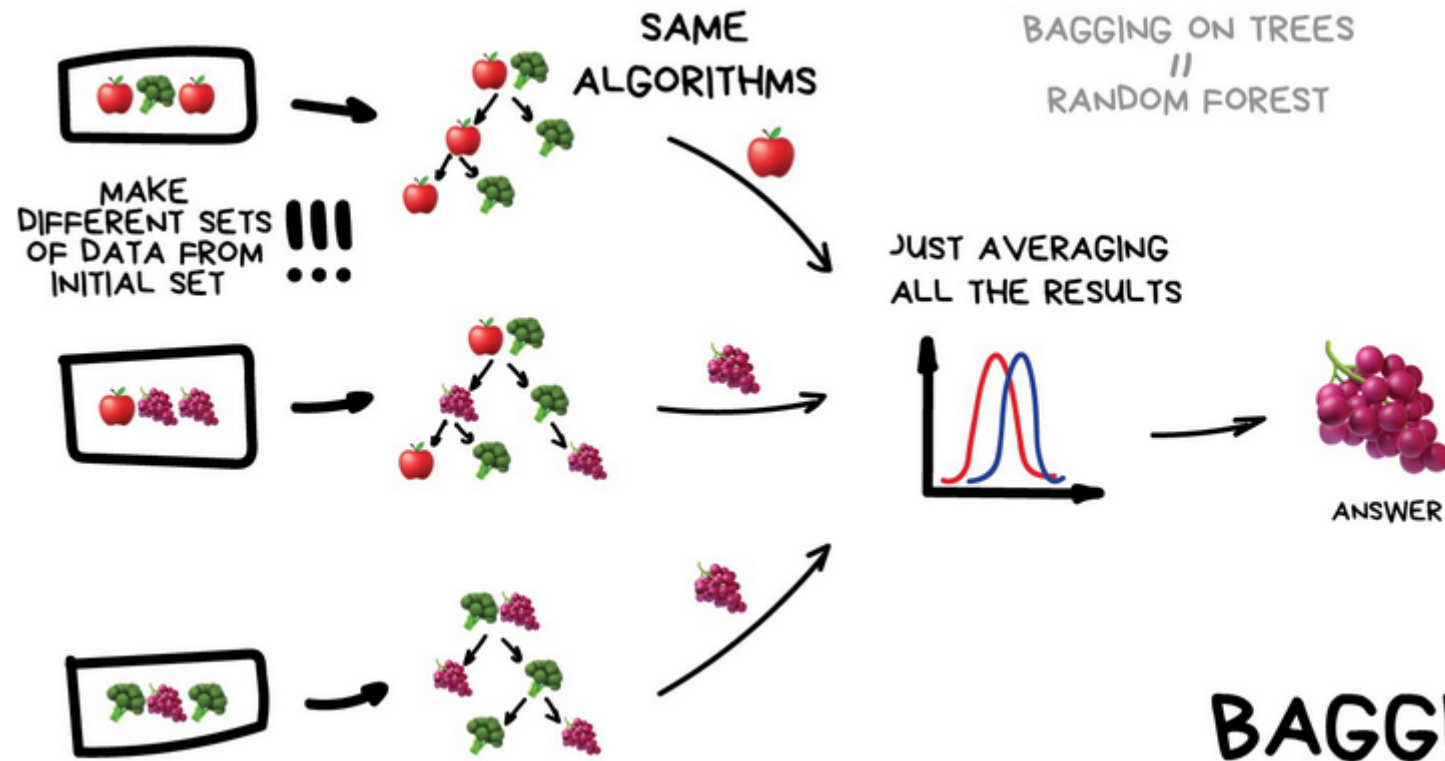
# Stacking Methods

- Output of several parallel models is passed as input to the last one which makes a final decision.
- Like that girl who asks her girlfriends whether to meet with you in order to make the final decision herself.



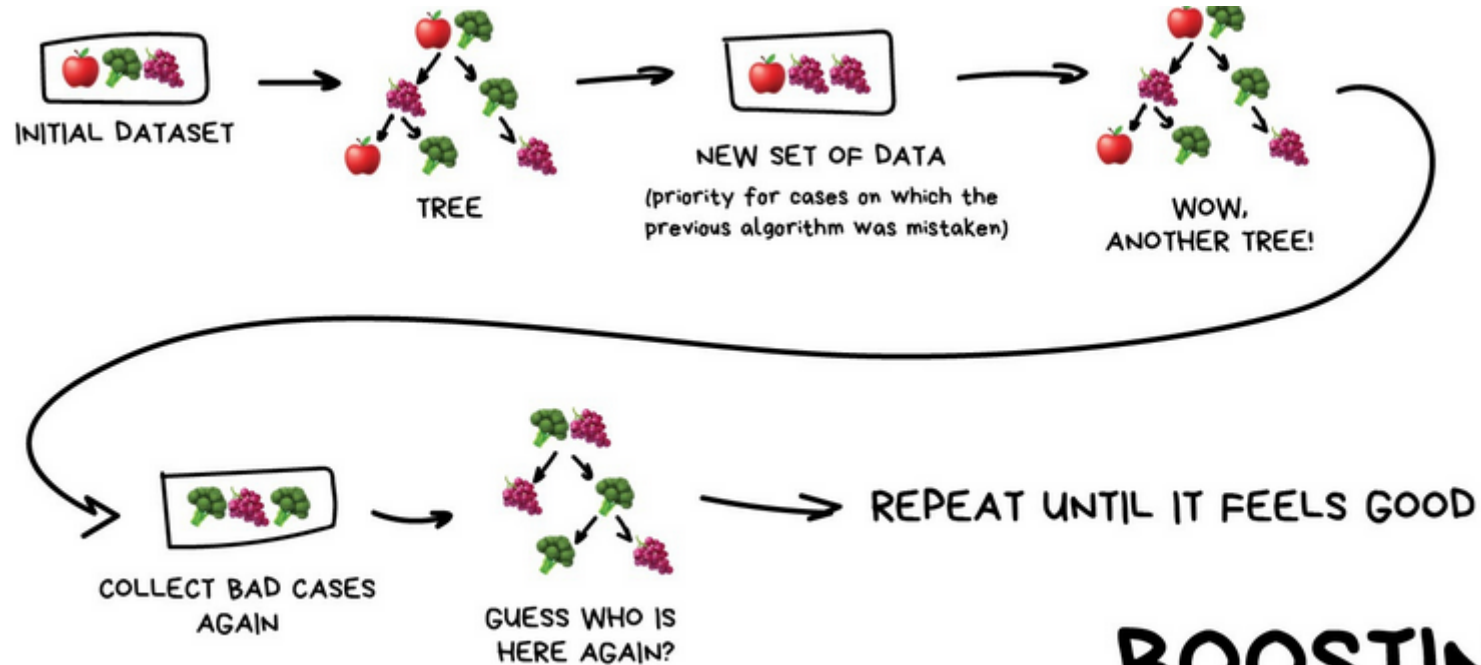
# Bagging Methods (Bootstrap AGGregatING)

- Τεχνική που βασίζεται στην επαναληπτική δειγματοληψία (με αντικατάσταση) από ένα σύνολο δεδομένων.
- Η δειγματοληψία ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή πιθανότητας και κάθε δείγμα έχει μέγεθος ίδιο με τα αρχικά δεδομένα, ενώ καθώς η δειγματοληψία γίνεται με αντικατάσταση, είναι δυνατό κάποιες εγγραφές να εμφανίζονται περισσότερες από μια φορές στο ίδιο σύνολο εκπαίδευσης, ενώ κάποιες να μην εμφανίζονται καθόλου.



# Boosting Methods

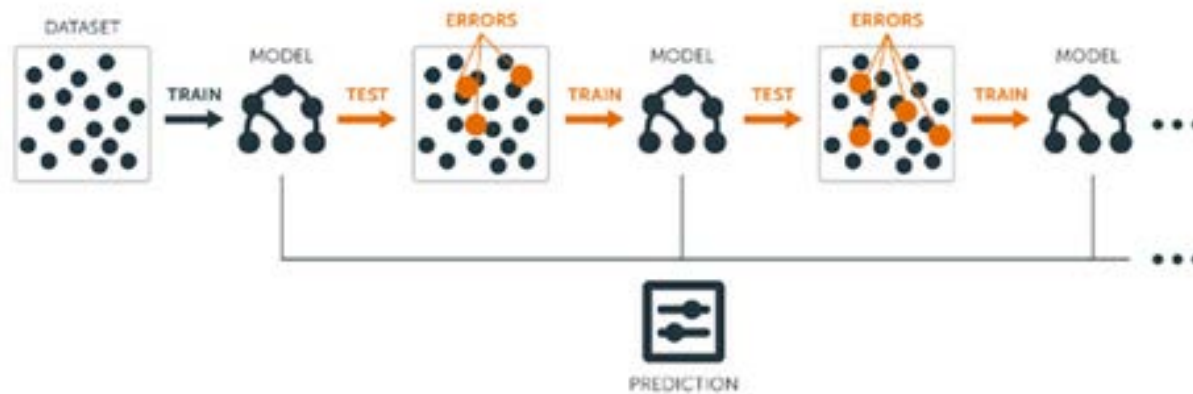
- Χρησιμοποιείται σε περιπτώσεις όπου είναι επιθυμητή προσαρμοστική μεταβολή της κατανομής των δειγμάτων εκπαίδευσης
  - Πρόκειται για επαναληπτική διαδικασία.
  - Στόχος της είναι με την μεταβολή της κατανομής των δειγμάτων εκπαίδευσης, οι βασικοί κατηγοριοποιητές να επικεντρωθούν σε δείγματα που παρουσιάζουν δυσκολία στην κατηγοριοποίησή τους.



# BOOSTING

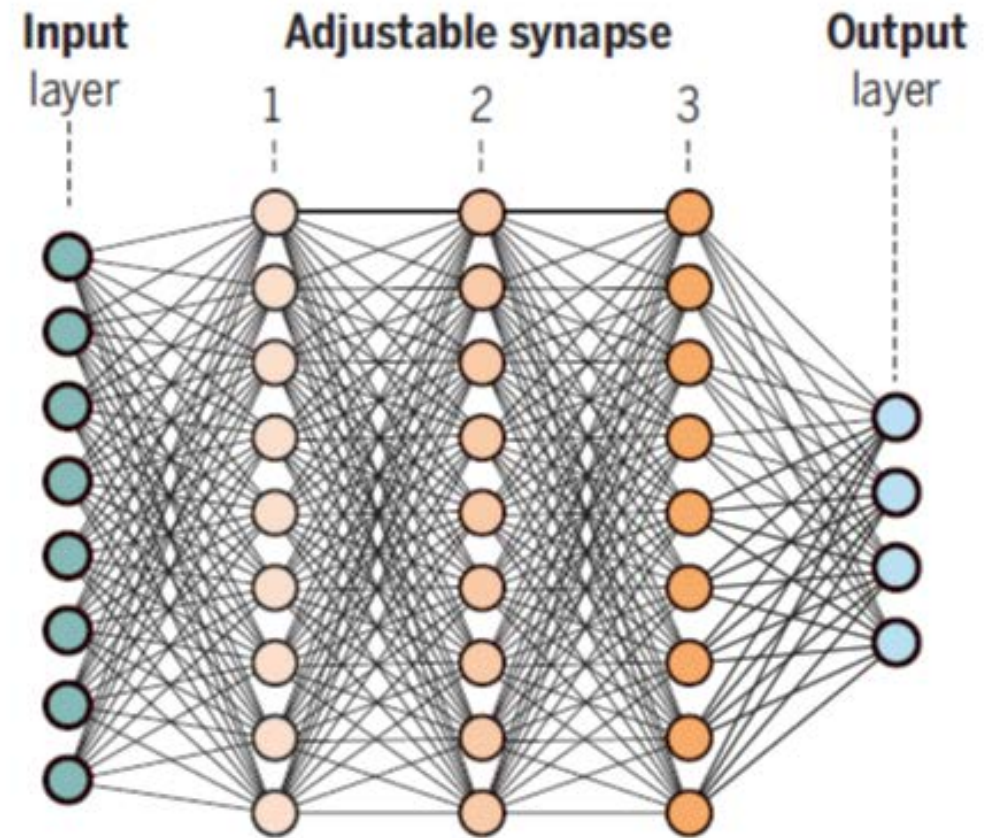
# Boosting Methods

- Η βασική ιδέα της ενίσχυσης είναι η απόδοση βαρών στα δείγματα εκπαίδευσης, με στόχο να αλλάξει το βάρος μετά από το πέρας κάθε γύρου ενίσχυσης.
- Τα βάρη που αποδίδονται μπορούν να χρησιμοποιηθούν με δύο τρόπους.
  - Είναι δυνατή η χρήση τους ως κατανομή δειγματοληψίας με σκοπό να εξαχθεί ένα σύνολο αυτοδύναμων δειγμάτων από τα αρχικά δεδομένα.
  - Ή να χρησιμοποιηθούν από το βασικό κατηγοριοποιητή για την εκμάθηση ενός μεροληπτικού μοντέλου.





# Νευρωνικά δίκτυα



# Νευρωνικά δίκτυα

---

- Η ιδέα των Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων (ΤΝΔ) έχει προέλθει από τον τρόπο λειτουργίας των βιολογικών νευρωνικών δικτύων του ανθρώπινου εγκεφάλου
- Τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα (ΤΝΔ) ή απλά Νευρωνικά Δίκτυα (Ν.Δ.) αποτελούν μια προσπάθεια προσέγγισης της λειτουργίας του ανθρώπινου εγκεφάλου από μια μηχανή
- Η αρχιτεκτονική τους βασίζεται στην αρχιτεκτονική των Βιολογικών Νευρωνικών Δικτύων
- Τα ΤΝΔ είναι μια συλλογή από νευρώνες (Processing Units-PU) που συνδέονται μεταξύ τους
- Οι συνδέσεις μεταξύ των PUs διαφέρουν ως προς τη σημαντικότητά τους, η οποία και προσδιορίζεται από το συντελεστή βάρους (σύναψη).

# Νευρωνικά δίκτυα - Η βιολογική έμπνευση

- Ο ανθρώπινος εγκέφαλος αποτελείται κατά κύριο λόγο από ένα ευρύ φάσμα νευρώνων
  - οι οποίοι είναι μαζικά διασυνδεδεμένοι με ένα μέσο όρο από διάφορες χιλιάδες διασυνδέσεις ανά νευρώνα.
- Κάθε νευρώνας είναι ένα εξειδικευμένο κύτταρο το οποίο έχει τη δυνατότητα μετάδοσης ενός ηλεκτροχημικού σήματος.
- Ο νευρώνας έχει μια διακλαδωτική διάρθρωση εισροών, τους δένδριτες (dendrites), ένα κυτταρικό σώμα και μια διακλαδωτική δομή εκροών (τον άξονα). Οι άξονες ενός κυττάρου συνδέονται με τους δένδριτες ενός άλλου, μέσω μιας σύναψης.
- Όταν, λοιπόν, ένας άξονας ενεργοποιηθεί, πυροδοτεί ένα ηλεκτροχημικό σήμα κατά μήκος του άξονα. Ένας νευρώνας εκτελεί αυτή τη διαδικασία μόνο όταν το συνολικό σήμα το οποίο λήφθηκε από τους δένδριτες, υπερβεί ένα συγκεκριμένο επίπεδο, δηλαδή, το ουδό ενεργοποίησης (firing threshold).



# Νευρωνικά δίκτυα - Η βιολογική έμπνευση

- Η ισχύς ενός σήματος που λαμβάνεται από ένα νευρώνα, εξαρτάται από την αποτελεσματικότητα των συνάψεων.
- Κάθε σύναψη περιέχει ένα κενό με νευροδιαβιβαστές χημικών ουσιών (neurotransmitter chemicals) που είναι σε ετοιμότητα για μετάδοση ενός μηνύματος.
- Ο Donald Hebb, ένας από τους πιο σημαντικούς ερευνητές στα νευρολογικά συστήματα, έθεσε ως ζήτημα πως η μάθηση συνιστάται κυρίως από τη μεταβολή της ισχύος των συναπτικών συνδέσμων.
- Κατά τη γέννησή του ο εγκέφαλος κατασκευάζει τους δικούς του κανόνες, “εμπειρία”, η οποία μεγαλώνει με την πάροδο του χρόνου.
- Κατά τα 2 πρώτα χρόνια ζωής, έχουμε τη μέγιστη ανάπτυξη, όπου δημιουργούνται περίπου 1 εκατομμύριο συνάψεις (synapses) στο δευτερόλεπτο.
- Οι συνάψεις μεσολαβούν στην ενδοεπικοινωνία των νευρώνων

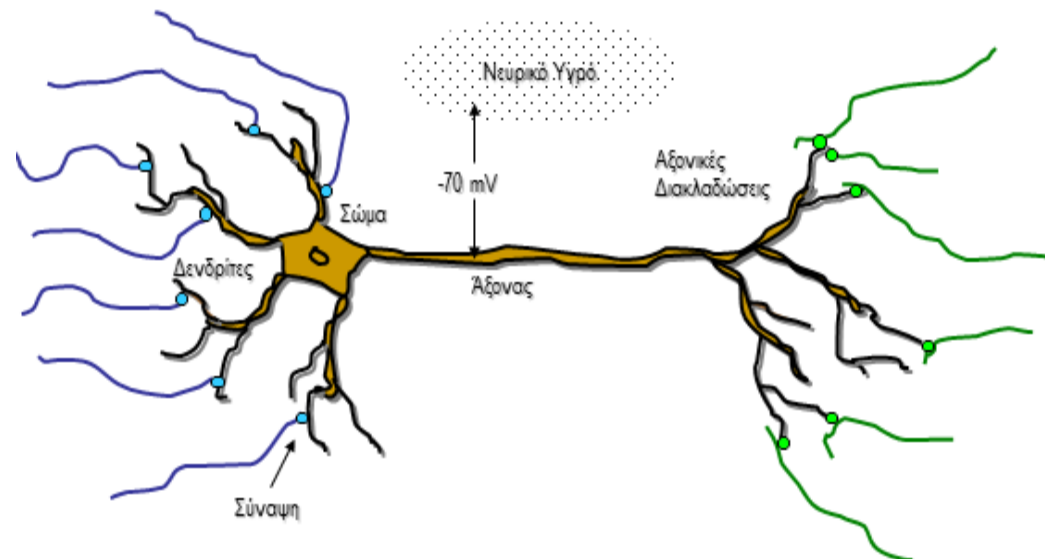
# Νευρωνικά δίκτυα

---

- Για να χρησιμοποιηθεί ένα ΤΝΔ πρέπει πρώτα να εκπαιδευτεί για να μάθει
- Η μάθηση συνίσταται στον προσδιορισμό των κατάλληλων συντελεστών βάρους, ώστε το ΤΝΔ να εκτελεί τους επιθυμητούς υπολογισμούς, και πραγματοποιείται με τη βοήθεια αλγορίθμων που είναι γνωστοί ως κανόνες μάθησης
- Ο ρόλος των συντελεστών βάρους μπορεί να ερμηνευτεί ως αποθήκευση γνώσης, η οποία παρέχεται μέσω παραδειγμάτων

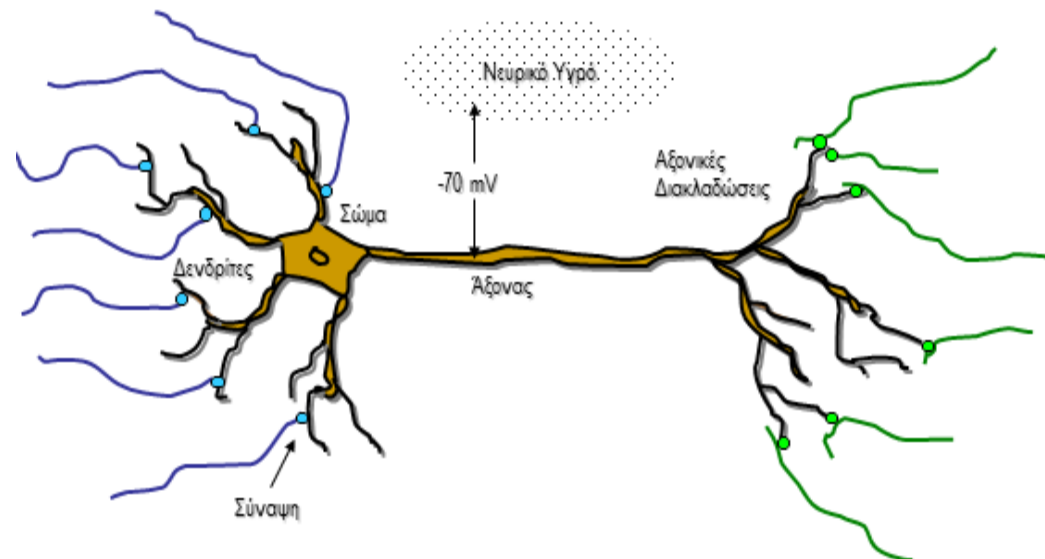
# Ανθρώπινοι και Τεχνητοί Νευρώνες

- Διαδικασία εκμάθησης του ανθρώπινου εγκεφάλου
  - Υπολογίζεται πως ο ανθρώπινος εγκέφαλος περιέχει πάνω από 100 δισεκατομμύρια νευρώνες ( $10^{11}$ ) και  $10^{14}$  συνάψεις στο ανθρώπινο νευρικό σύστημα
  - Οι περισσότεροι νευρώνες έχουν δενδροειδείς δομές οι οποίες ονομάζονται δενδρίτες, και είναι αυτές που δέχονται σήματα εισόδου από τους άλλους νευρώνες, μέσω συνδέσεων, των επονομαζόμενων συνάψεων



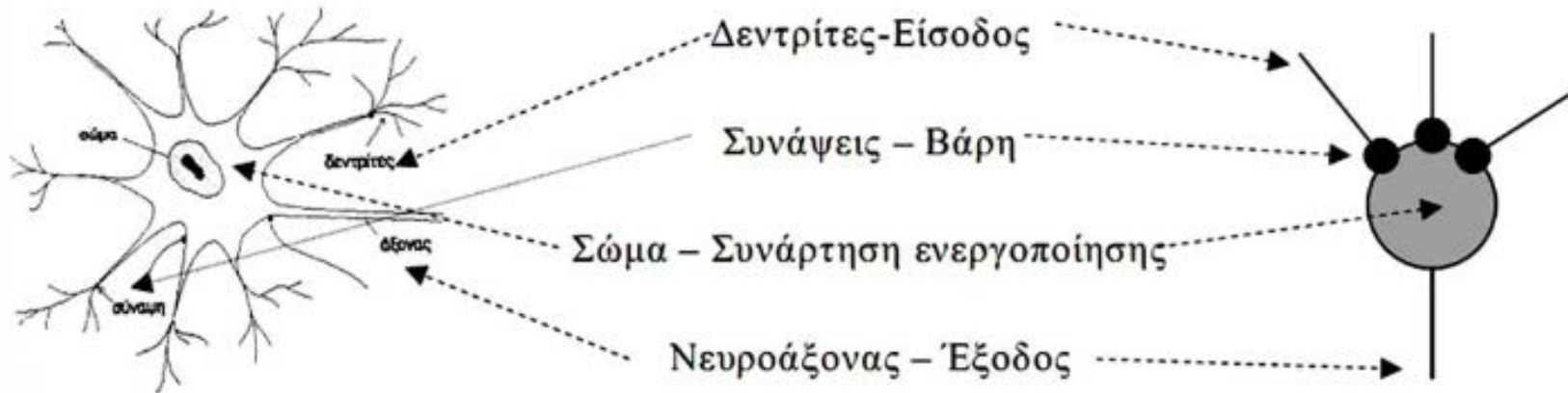
# Ανθρώπινοι και Τεχνητοί Νευρώνες

- Στον ανθρώπινο εγκέφαλο, ένας τυπικός νευρώνας συγκεντρώνει τα σήματα από άλλους νευρώνες μέσω των δενδριτών.
- Ο νευρώνας στέλνει δυναμικά δράσης μέσω μακρών και λεπτών αξόνων οι οποίοι διαχωρίζονται σε χιλιάδες διακλαδώσεις
- Στο τέλος κάθε διακλάδωσης, η σύναψη μετατρέπει το δυναμικό του άξονα σε ηλεκτρικά δυναμικά τα οποία αναστέλλουν ή διεγείρουν τους συνδεδεμένους νευρώνες

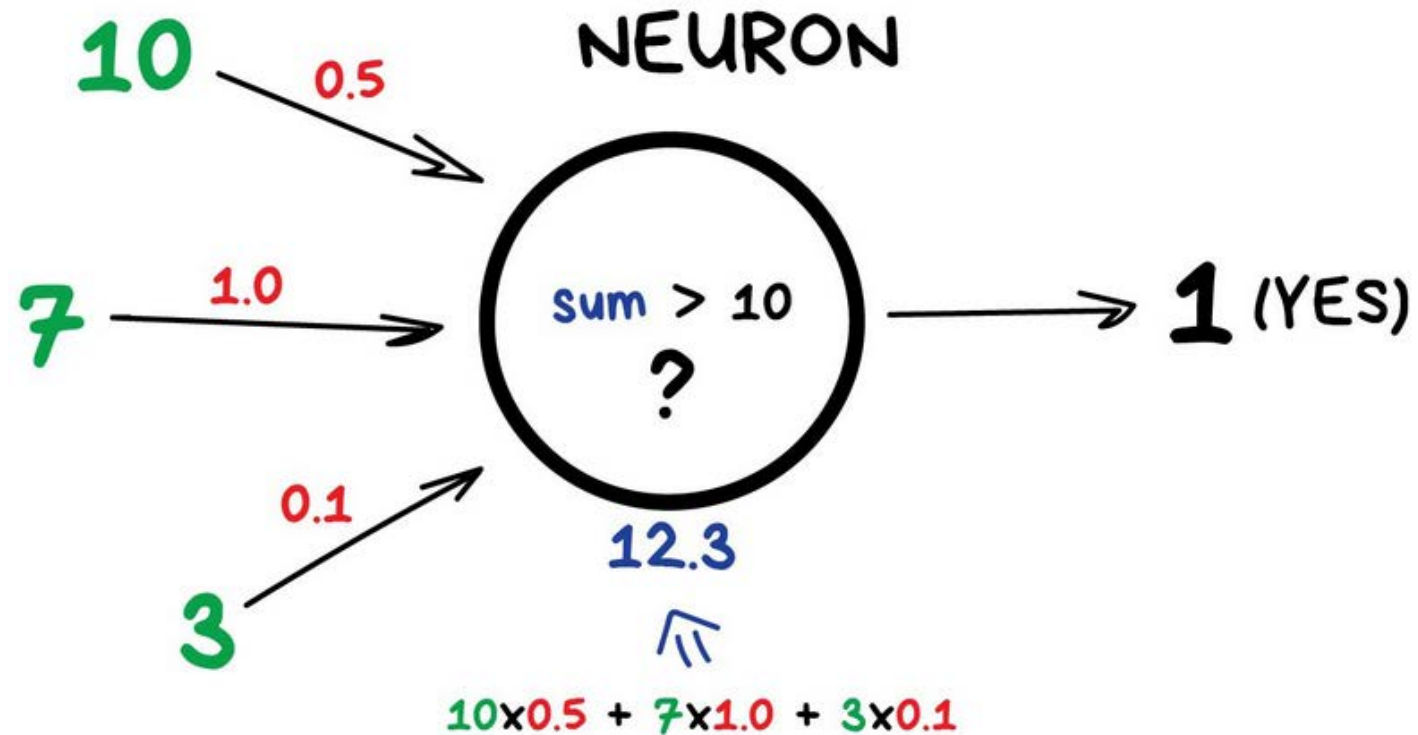


# Από τους ανθρώπινους στους τεχνητούς νευρώνες

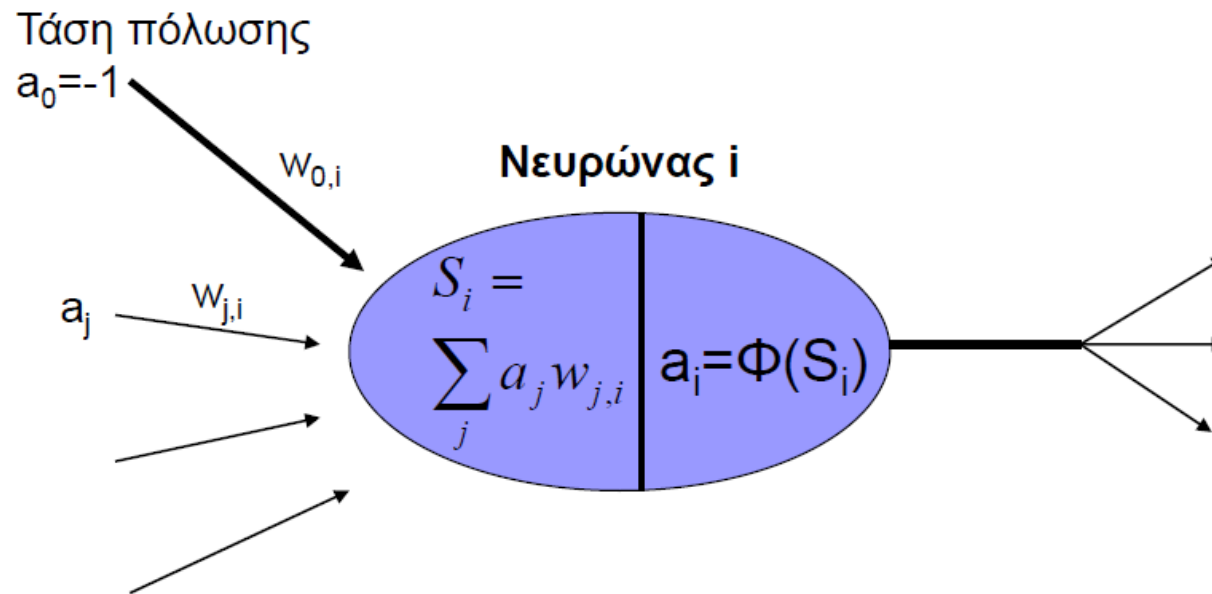
- Για την προσομοίωση των ανθρώπινων νευρωνικών δικτύων καταγράφονται αρχικά τα βασικά χαρακτηριστικά των νευρώνων και των διασυνδέσεών τους.
- Στη συνέχεια προγραμματίζεται ο υπολογιστής για την προσομοίωση αυτών των χαρακτηριστικών.
- τα μοντέλα που έχουν δημιουργηθεί είναι αδρές απομιμήσεις των πραγματικών εγκεφαλικών νευρωνικών δικτύων.



## Από τους ανθρώπινους στους τεχνητούς νευρώνες

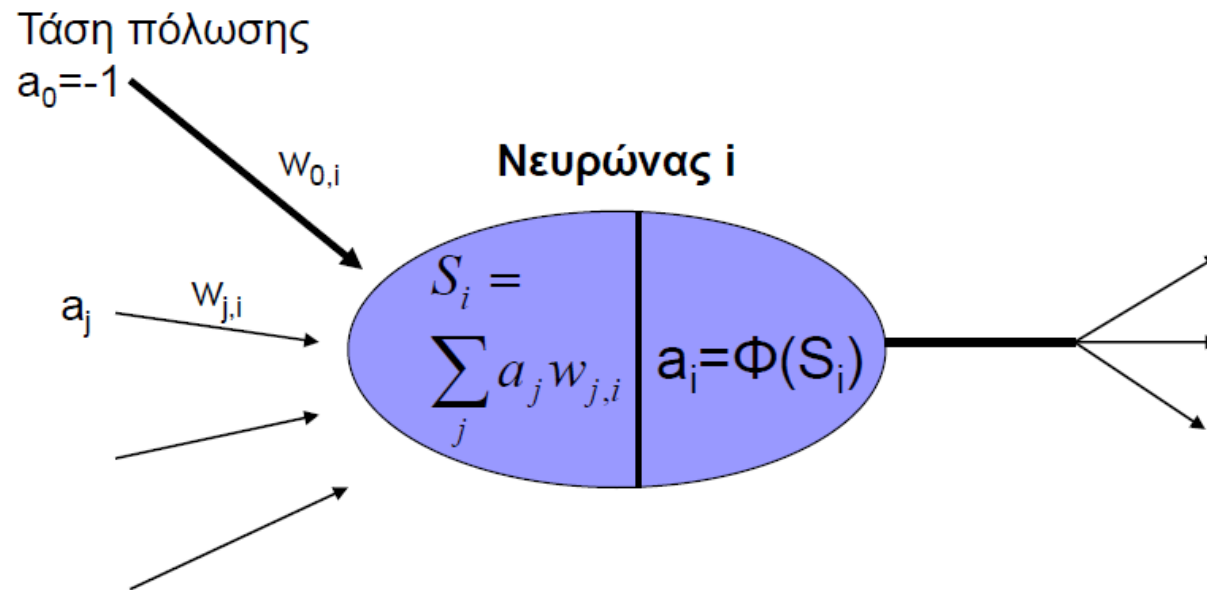


# ΔΟΜΗ ΤΕΧΝΗΤΩΝ ΝΕΥΡΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ



- Κάθε νευρώνας δέχεται μια σειρά τιμών εισόδου και αποδίδει μια τιμή εξόδου.
- Οι νευρώνες του πρώτου κρυφού επιπέδου λαμβάνουν ως τιμές εισόδου τις τιμές των νευρώνων του επιπέδου εισόδου με το οποίο είναι συνδεδεμένοι μέσω των συνάψεων.
- Όλα τα υπόλοιπα κρυφά επίπεδα λαμβάνουν ως τιμές εισόδου, τις τιμές εξόδου των νευρώνων των κρυφών επιπέδων με τα οποία είναι συνδεδεμένα

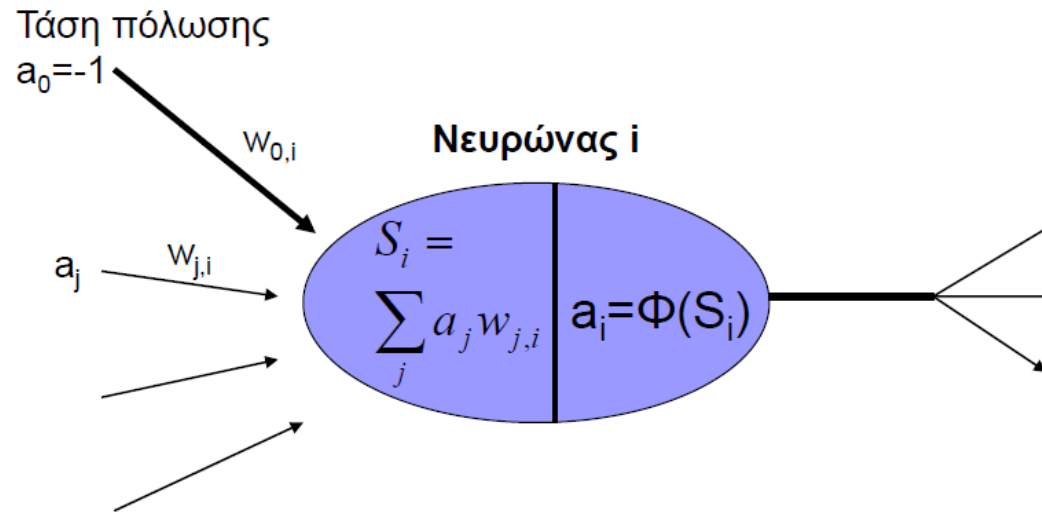
# ΔΟΜΗ ΤΕΧΝΗΤΩΝ ΝΕΥΡΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ



- Η σύνδεση των νευρώνων υλοποιείται με «βάρη»:
  - Σε κάθε νευρώνα οι τιμές εισόδου πολλαπλασιάζονται με μια τυχαία τιμή που αποκαλείται βάρος.
  - Στο αποτέλεσμα αυτό προστίθεται ένα άλλο βάρος, το πολωμένο, το οποίο αρχικά λαμβάνει τιμή 1.
  - Το άθροισμα αυτό διοχετεύεται σε μια συνάρτηση που ονομάζεται συνάρτηση μεταφοράς (transfer function) και οδηγεί στην κανονικοποίησή του.
  - Το τελικό αποτέλεσμα αποστέλλεται μέσω των συνάψεων σε άλλους νευρώνες.
  - Οι τιμές των βαρών διαφοροποιούνται σε κάθε κύκλο λειτουργίας του νευρωνικού δικτύου με τη βοήθεια των αλγόριθμων εκπαίδευσης, ώστε να υλοποιηθεί η επιθυμητή μετατροπή των διανυσμάτων εισόδου σε διανύσματα εξόδου



# Συνολική είσοδος τεχνητού νευρώνα



- ✓  $a_i, a_j$  κλπ είναι οι έξοδοι των διαφόρων νευρώνων  $i, j$  κλπ, οι οποίοι γίνονται είσοδοι σε άλλους νευρώνες.
- ✓ Υπάρχει ένα "σήμα", το  $a_0$ , το οποίο έχει σταθερή τιμή (συνήθως  $-1$  ή  $1$ ) και το οποίο αποτελεί είσοδο για όλους τους νευρώνες.
- ✓ Τα διάφορα σήματα  $a_j$  τα οποία αποτελούν είσοδο ενός νευρώνα  $i$ , πολλαπλασιάζονται με συντελεστές βαρύτητας  $w_{j,i}$ .
- ✓ Η συνολική είσοδος στον νευρώνα  $i$  είναι τελικά το άθροισμα όλων των επιμέρους εισόδων της, μετά τον πολλαπλασιασμό τους με τους συντελεστές βαρύτητας:

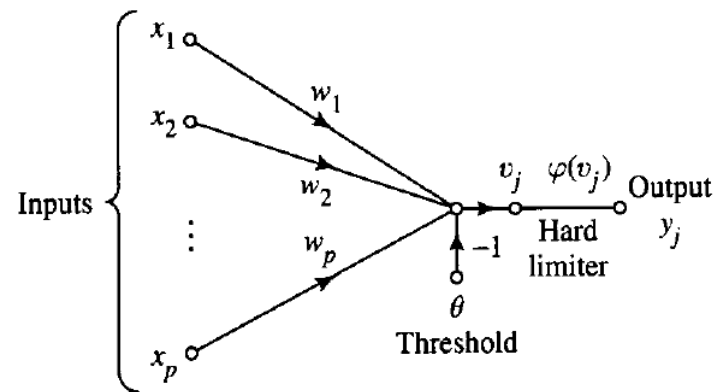
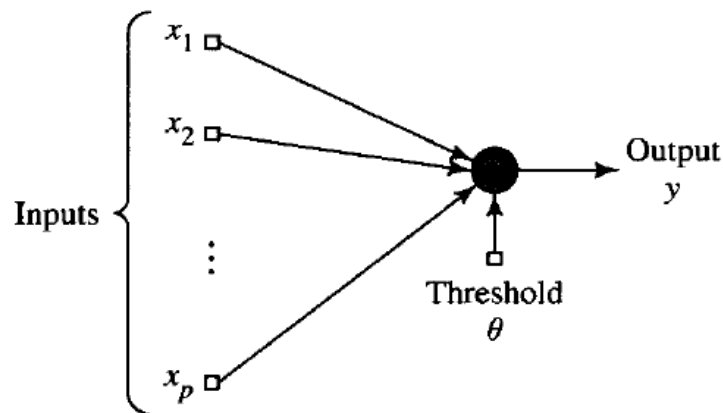
$$S_i = \sum_j a_j w_{j,i}$$

# Ταξινομητής Perceptron

- ✓ Ο Perceptron είναι ένας δυαδικός ταξινομητής, δηλαδή μία συνάρτηση η οποία απεικονίζει την είσοδο  $x$  (ένα διάνυσμα με πραγματικές τιμές) σε μία τιμή εξόδου  $f(x)$  (μία και μοναδική δυαδική τιμή).

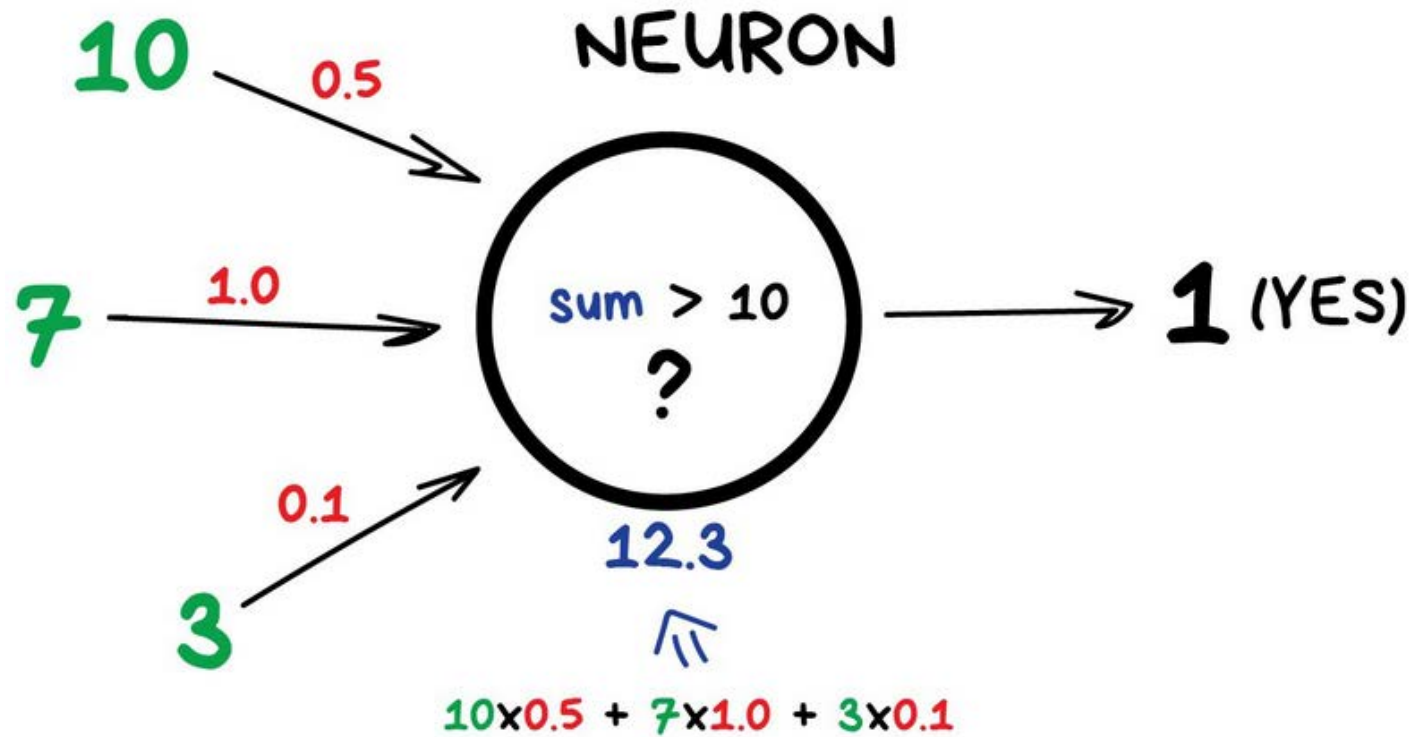
$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } w \cdot x + b > 0 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

- ✓ Το Perceptron είναι η απλούστερη μορφή Νευρωνικού δικτύου, το οποίο χρησιμοποιείται για την ταξινόμηση ενός ειδικού τύπου προτύπων, που είναι γραμμικά διαχωριζόμενα.



$$v = \sum_{i=1}^p w_i x_i - \theta$$

# Ταξινομητής Perceptron



# Έξοδος τεχνητού νευρώνα

- ✓ Η έξοδος του τεχνητού νευρώνα προκύπτει από την εφαρμογή της συνάρτησης ενεργοποίησης (activation function) στην συνολική του είσοδο  $S_i$ :

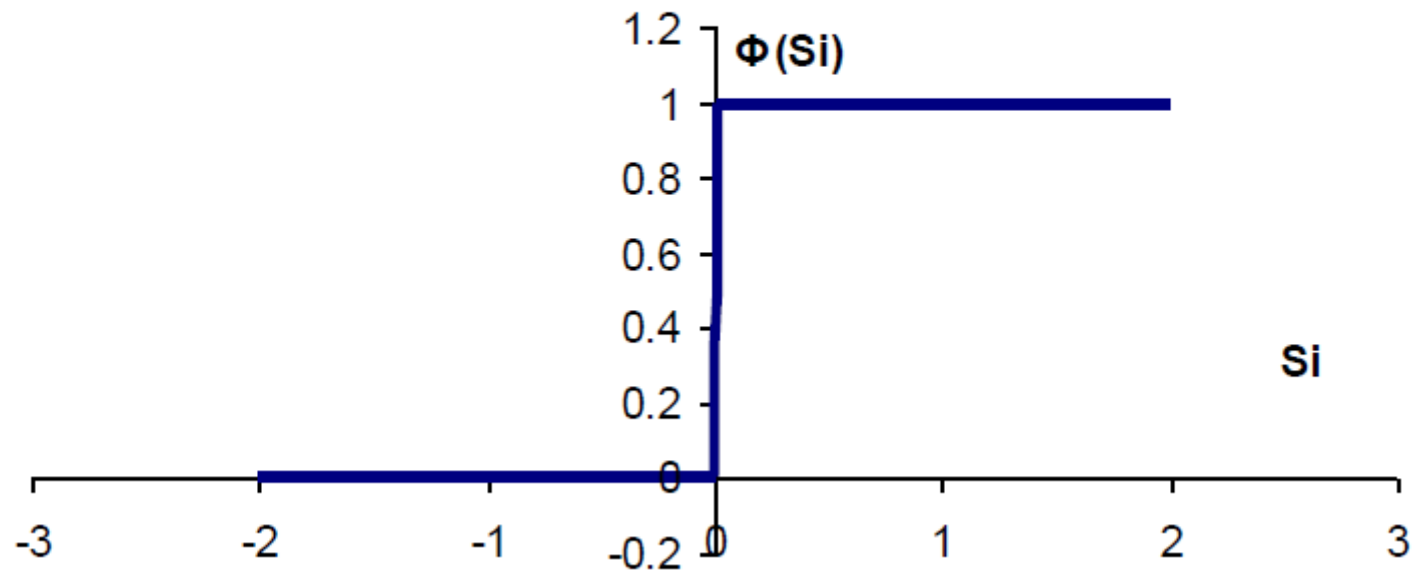
$$a_i = \Phi(S_i)$$

- ✓ Υπάρχουν διάφορες περιπτώσεις συναρτήσεων ενεργοποίησης:
  - ✓ Βηματική συνάρτηση (step function) ή συνάρτηση κατωφλίου (threshold function)
  - ✓ Συνάρτηση προσήμου (sign function)
  - ✓ Σιγμοειδής συνάρτηση (sigmoid ή logistics function)
  - ✓ Γραμμική συνάρτηση (linear function)
  - ✓ .....

# Βηματική Συνάρτηση Ενεργοποίησης

$$\Phi(S) = \begin{cases} 1, & \text{αν } S > 0 \\ 0, & \text{αν } S \leq 0 \end{cases}$$

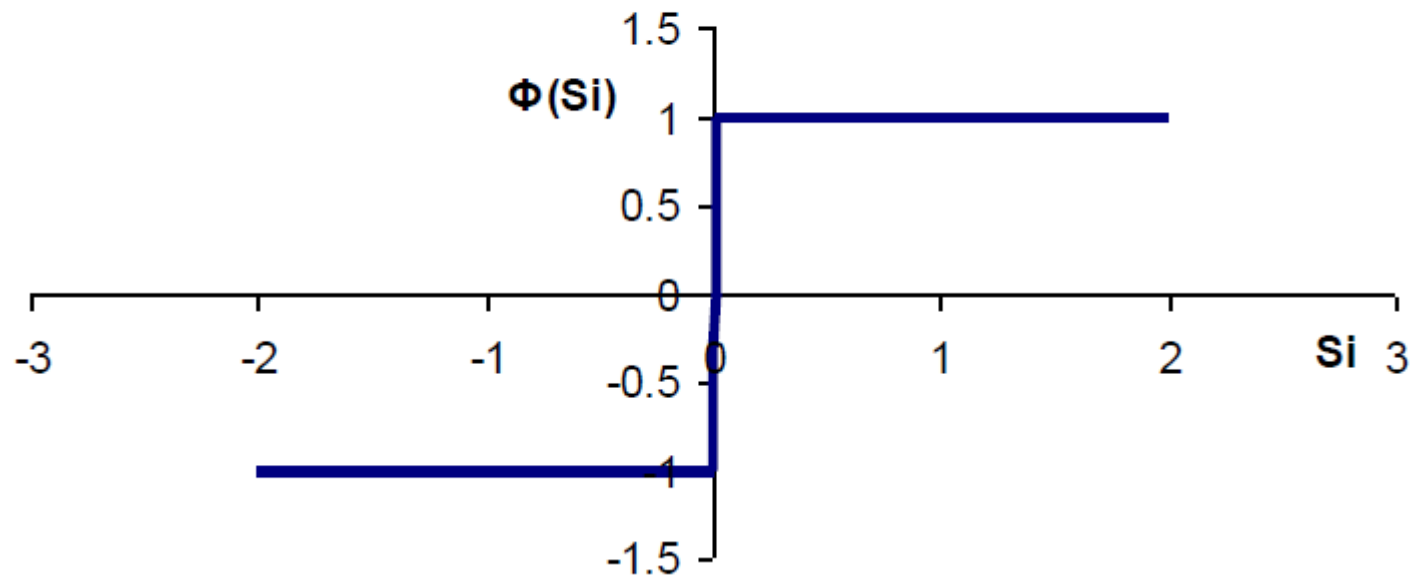
Βηματική συνάρτηση



# Συνάρτηση Προσήμου

$$\Phi(S) = \begin{cases} 1, & \text{αν } S > 0 \\ -1, & \text{αν } S \leq 0 \end{cases}$$

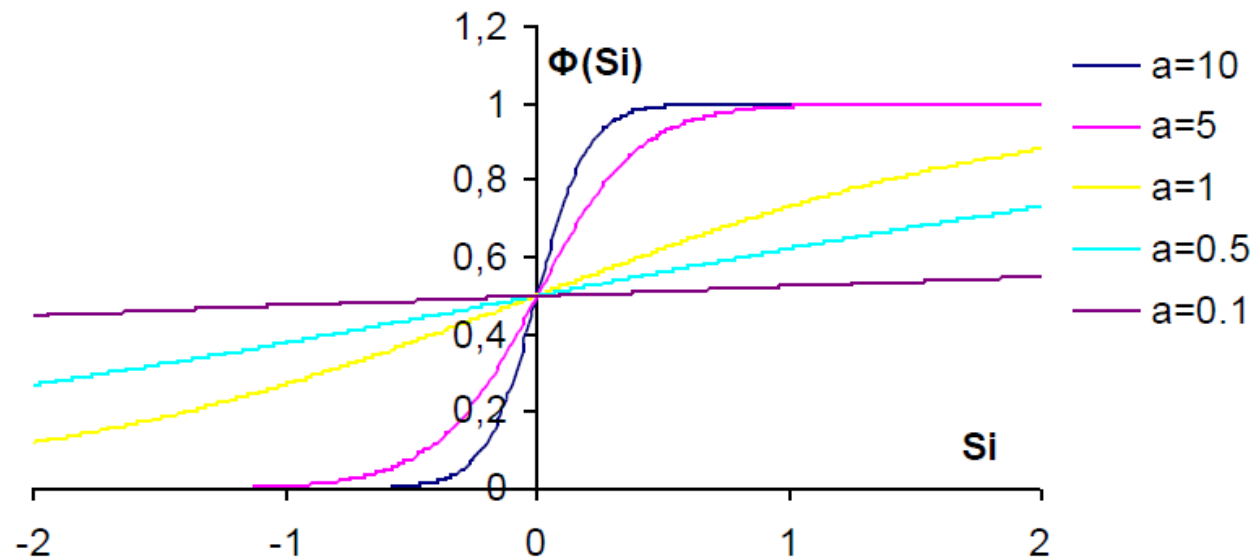
Συνάρτηση προσήμου



# Σιγμοειδής συνάρτηση

$$\Phi(S_i) = \frac{1}{1 + e^{-a \cdot S_i}}$$

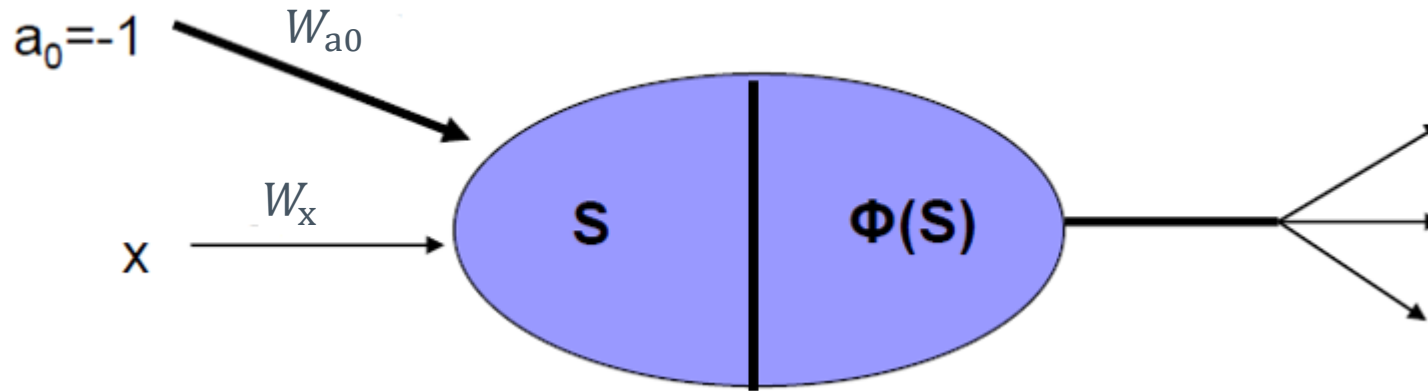
Σιγμοειδής συνάρτηση



# Παράδειγμα: Συνάρτηση NOT

- Βηματική συνάρτηση ενεργοποίησης

$$\Phi(S) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu S > 0 \\ 0, & \alpha\nu S \leq 0 \end{cases}$$



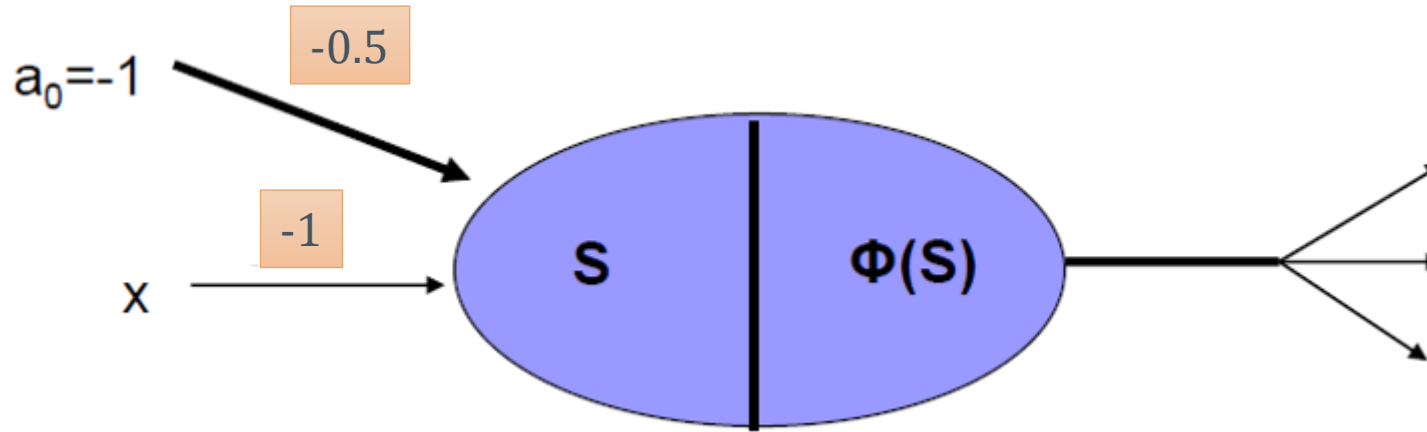
$$S = x * W_x + a_0 * W_{a0}$$
$$S = 1 * W_x + a_0 * W_{a0} = < 0$$

x	S	Φ(S)
0		1
1		0



# Παράδειγμα: Συνάρτηση NOT

- Βηματική συνάρτηση ενεργοποίησης



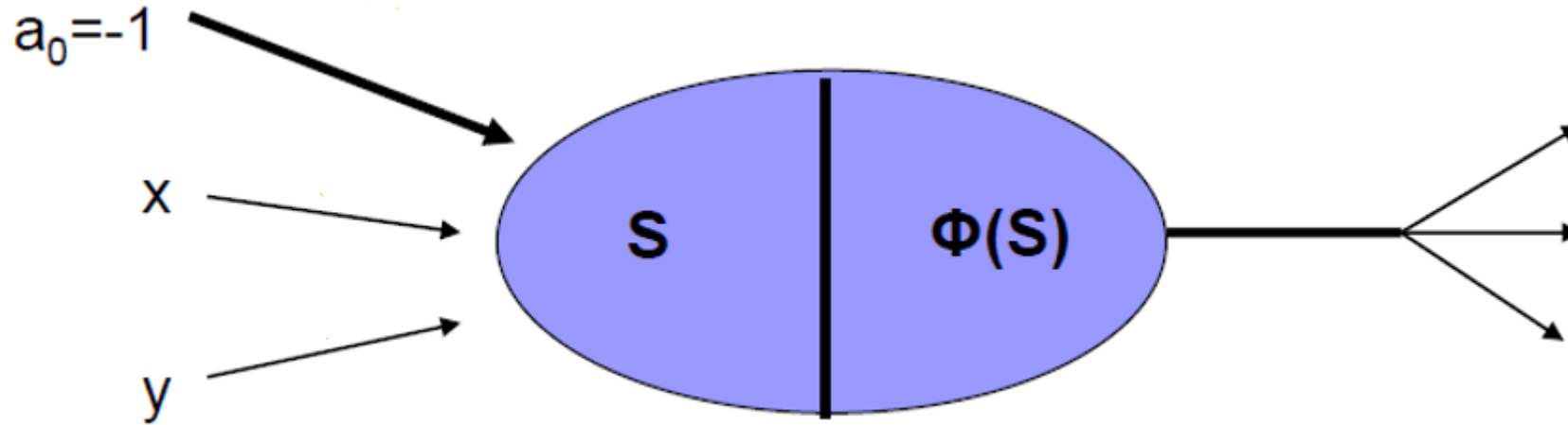
$x$	$S$	$\Phi(S)$
0	0.5	1
1	-0.5	0

$$S = 1 * (-1) + (-1) * (-0.5) = -0.5 \Rightarrow \Phi(S) = \Phi(-0.5) = 0$$

$$S = 0 * (-1) + (-1) * (-0.5) = +0.5 \Rightarrow \Phi(S) = \Phi(+0.5) = 1$$

# Παράδειγμα: Συνάρτηση OR ???

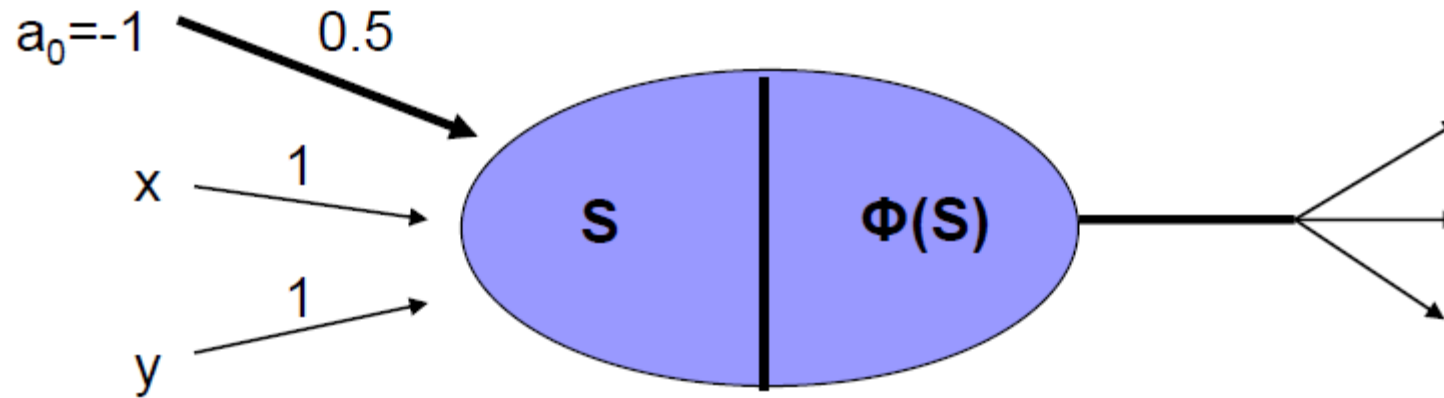
- Συνάρτηση ενεργοποίησης ???



$x$	$y$	$S$	$\Phi(S)$
0	0		0
0	1		1
1	0		1
1	1		1

# Παράδειγμα: Συνάρτηση OR

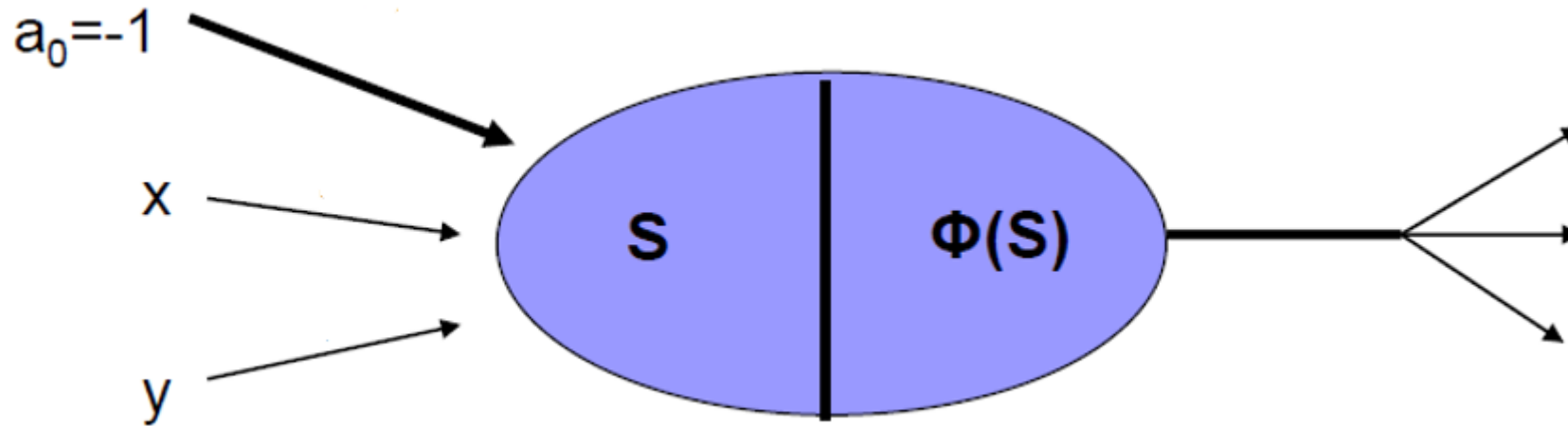
- Βηματική συνάρτηση ενεργοποίησης



$x$	$y$	$S$	$\Phi(S)$
0	0	-0.5	0
0	1	0.5	1
1	0	0.5	1
1	1	1.5	1

# Παράδειγμα: Συνάρτηση AND ???

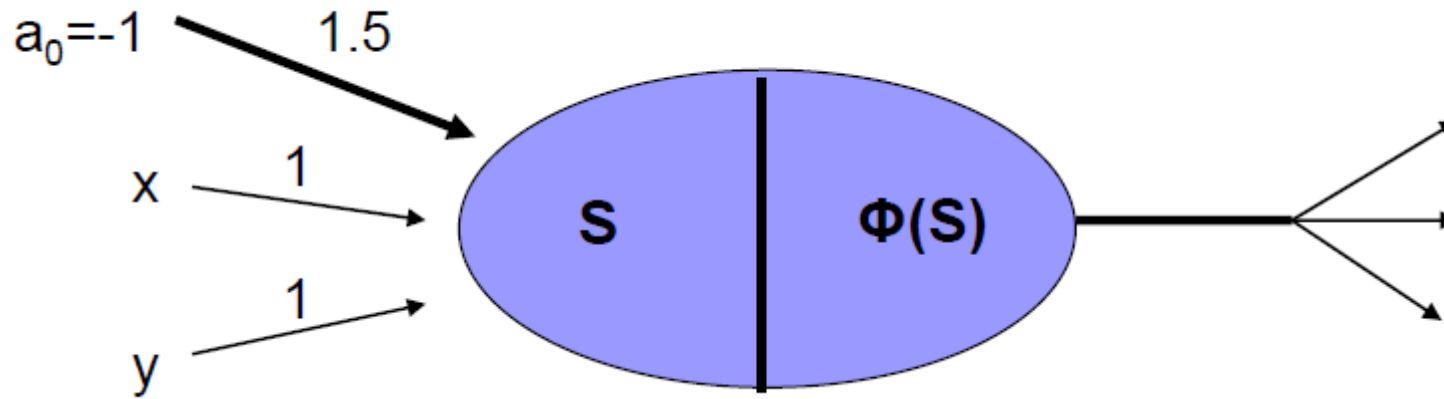
- Βηματική συνάρτηση ενεργοποίησης



$x$	$y$	$S$	$\Phi(S)$
0	0		0
0	1		0
1	0		0
1	1		1

# Παράδειγμα: Συνάρτηση AND

- Βηματική συνάρτηση ενεργοποίησης



$x$	$y$	$S$	$\Phi(S)$
0	0	-1.5	0
0	1	-0.5	0
1	0	-0.5	0
1	1	0.5	1

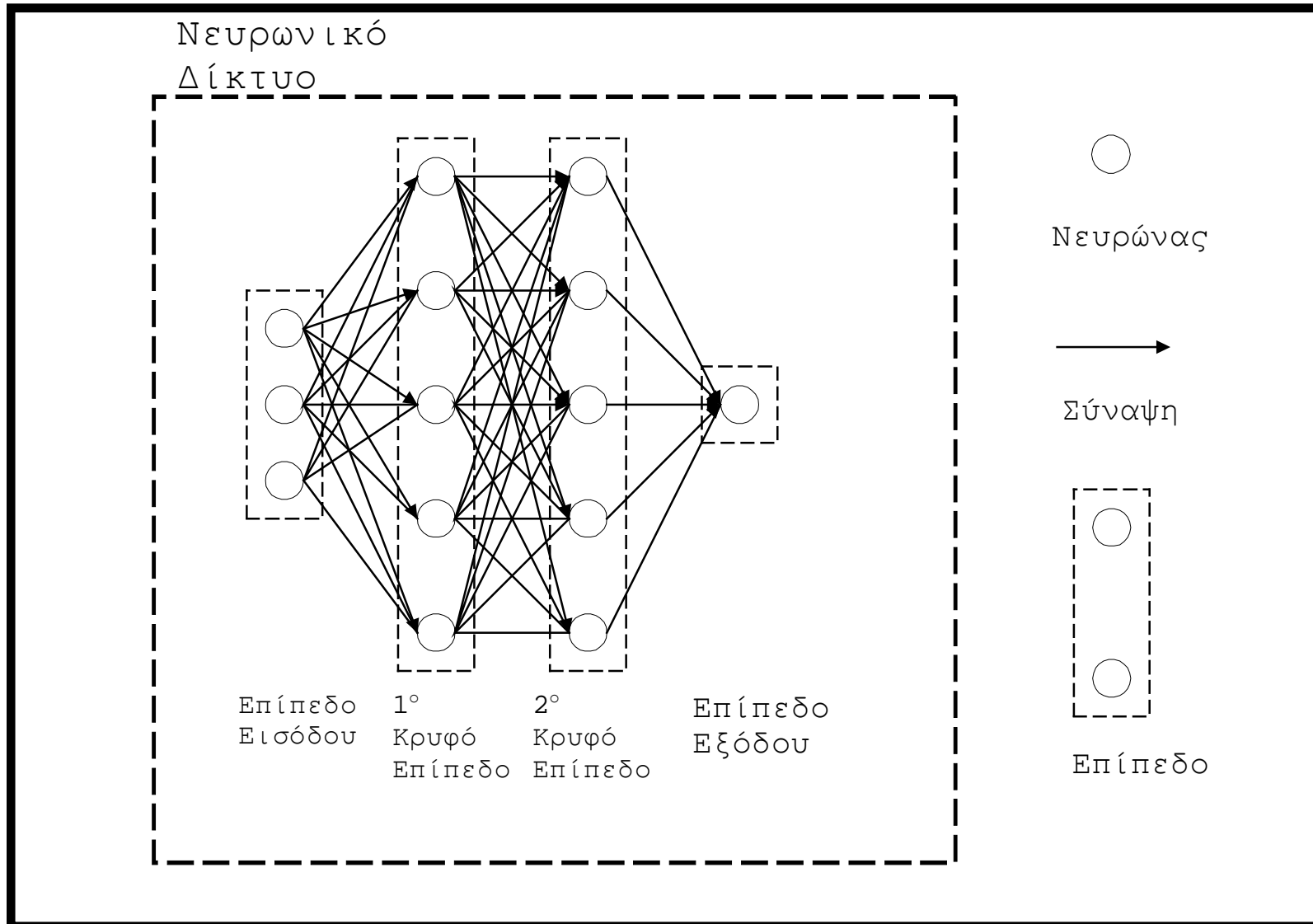
---

# ΔΟΜΗ ΤΕΧΝΗΤΩΝ ΝΕΥΡΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ

---

- Ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο αποτελείται από:
  - Ένα σύνολο κόμβων ή τεχνητών νευρώνων (neurons),
  - Τα οποία είναι οργανωμένα σε επάλληλα επίπεδα (layers),
  - Ενώ κάθε νευρώνας ενώνεται με όλους τους άλλους μέσω των συνάψεων (synapses).
- Ένα νευρωνικό δίκτυο αποτελείται από:
  - Ένα επίπεδο εισόδου (input layer), στο οποίο εισάγεται το εκπαιδευτικό διάνυσμα εισόδου ή το διάνυσμα ελέγχου,
  - Ένα ή περισσότερα κρυφά επίπεδα (hidden layers), όπου τα στοιχεία εισόδου υφίστανται επεξεργασία με διάφορους μαθηματικούς τρόπους
  - Ένα επίπεδο εξόδου (output layer), με κάποια υπολογιστική ικανότητα, το οποίο περιέχει τα τελικά αποτελέσματα που μεταφέρονται στον έξω κόσμο

# ΔΟΜΗ ΤΕΧΝΗΤΩΝ ΝΕΥΡΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ



# ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

- Οι πιο γνωστές μέθοδοι εκπαίδευσης είναι:
  - Ο αλγόριθμος δέλτα (delta rule) και
  - Ο αλγόριθμος οπισθόδρομης διάδοσης σφάλματος.
- Η διαφορά τους έγκειται:
  - Στις μαθηματικές εξισώσεις στις οποίες βασίζονται.
  - Στον τρόπο με τον οποίο επιδρούν στα επίπεδα του δικτύου.
- Στους αλγόριθμους αυτούς προσδιορίζονται παράμετροι όπως:
  - Το βήμα εκπαίδευσης καθορίζει το μέγεθος της αλλαγής της τιμής του βάρους σε κάθε βήμα και παίρνει τιμές από 0 έως 2.
  - Ο παράγοντας ορμής (momentum), ο οποίος πολλαπλασιάζεται με το βάρος του προηγούμενου επιπέδου και στη συνέχεια προστίθεται στο βάρος του επιπέδου που εκπαιδεύει.



---

# ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ ΤΕΧΝΗΤΩΝ ΝΕΥΡΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ

---

- Η διαδικασία δημιουργίας ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου που αποτελεί το σχεδιασμό της αρχιτεκτονικής του, απαιτεί τον προσδιορισμό μιας σειράς παραμέτρων, όπως:
  - Ο αριθμός των κρυφών επιπέδων
  - Ο αριθμός των νευρώνων ανά επίπεδο
  - Ο κανόνας μάθησης
  - Ο αλγόριθμος εκπαίδευσης
  - Ο ρυθμός εκπαίδευσης
  - Οι κύκλοι λειτουργίας του δικτύου
  - Οι συναρτήσεις μεταφοράς
  - Η γενική κατηγορία (στατική ή δυναμική) στην οποία ανήκει.

---

# ΑΣΚΗΣΗ

---

Δίνονται τα πρότυπα  $x_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ ,  $x_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ ,  $x_3 = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 2 \end{bmatrix}$ ,  $x_4 = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$ . Τα πρότυπα διαχωρίζονται γραμμικά στις κλάσεις  $\omega_1 = \{x_1, x_4\}$  (+) και  $\omega_2 = \{x_2, x_3\}$  (-).

1. Σχεδιάστε νευρωνικό δίκτυο-ταξινομητή (perceptron) που να μπορεί να εκτελεί την ταξινόμηση των κλάσεων αυτών, με αρχικές συνθήκες:  $w_1 = [0 \ 0 \ 0]^T$  και συντελεστή μάθησης  $\rho = 0.5$ .
2. Παρουσιάζεται το άγνωστο πρότυπο  $X = [0 \ 1 \ 1]^T$ . Ποια είναι η έξοδος του ταξινομητή και που ταξινομείται το εν λόγω πρότυπο ?

# ΑΣΚΗΣΗ

$$x_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad +1$$

$$x_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad -1$$

$$x_3 = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad -1$$

$$x_4 = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad +1$$

$$w_1 = [0 \ 0 \ 0]^T$$

$$\rho = 0.5$$

$$\text{Τάση πόλωσης} = 1$$

Εργαζόμαστε στο χώρο των επαυξημένων διανυσμάτων

$$x_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, x_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, x_3 = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, x_4 = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Εποχή 1

$$w_A^T x_1 = [0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 + 0 + 0 = 0 \Rightarrow \Phi(0) = -1$$

$$\text{Ανανεώνουμε το βάρος: } w_B = w_A + \rho x_1 \Rightarrow w_B = \begin{bmatrix} -0.5 \\ -0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

$$w_B^T x_2 = [-0.5 \ -0.5 \ 0.5] \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0.5 \Rightarrow \Phi(0.5) = +1$$

$$\text{Ανανεώνουμε το βάρος: } w_C = w_B - \rho x_2 = w_C = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -1.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$w_C^T x_3 = [0.5 \ -1.5 \ 0] \begin{bmatrix} 1.5 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = (0.5 * 1.5) + (-1.5 * 2) + (0 * 1) = -2.25 \Rightarrow \Phi(-2.25) = -1 \Rightarrow w_D = w_C$$

$$w_D^T x_4 = [0.5 \ -1.5 \ 0] \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} = 1.5 \Rightarrow \Phi(1.5) = +1 \Rightarrow w_E = w_D$$

$$\Phi(S) = \begin{cases} 1, & \text{αν } S > 0 \\ -1, & \text{αν } S \leq 0 \end{cases}$$

Έχουμε ενημέρωση βαρών = NAI

# ΑΣΚΗΣΗ

$$\begin{aligned}x_1 &= \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}, & +1 \\x_2 &= \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}, & -1 \\x_3 &= \begin{bmatrix} 1.5 \\ 2 \end{bmatrix}, & -1 \\x_4 &= \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}, & +1\end{aligned}$$

$$w_1 = [0 \ 0 \ 0]^T$$

$$\rho=0.5$$

$$\text{Ταση πόλωσης} = 1$$

Εργαζόμαστε στο χώρο των επαυξημένων διανυσμάτων

$$x_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, x_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, x_3 = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, x_4 = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Εποχή 2

$$[0.5 \quad -1.5 \quad 0]$$

$$\Phi(S) = \begin{cases} 1, & \text{αν } S > 0 \\ -1, & \text{αν } S \leq 0 \end{cases}$$

$$w_E^T x_1 = [0.5 \quad -1.5 \quad 0] \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = 1 \Rightarrow \Phi(1) = 1 \Rightarrow w_F = w_E$$

$$w_F^T x_2 = [0.5 \quad -1.5 \quad 0] \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = -4 \Rightarrow \Phi(-4) = -1 \Rightarrow w_G = w_F$$

$$w_G^T x_3 = [0.5 \quad -1.5 \quad 0] \begin{bmatrix} 1.5 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = -2.25 \Rightarrow w_H = G$$

$$w_M^T x_4 = [0.5 \quad -1.5 \quad 0] \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} = 1.5 \Rightarrow w_K = w_M$$

Έχουμε ενημέρωση βαρών = ΟΧΙ

# ΑΣΚΗΣΗ

$$x_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad +1$$

$$x_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad -1$$

$$x_3 = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad -1$$

$$x_4 = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad +1$$

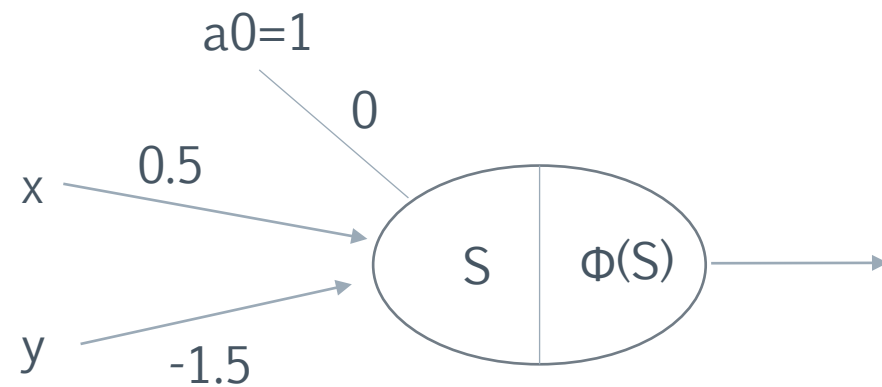
$$w_1 = [0 \ 0 \ 0]^T$$

$$\rho = 0.5$$

Ταση πόλωσης = 1

$$x_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, x_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, x_3 = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, x_4 = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Τελικό Βάρος:  $[0.5 \quad -1.5 \quad 0]$



# ΑΣΚΗΣΗ

$$x_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad +1$$

$$x_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad -1$$

$$x_3 = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad -1$$

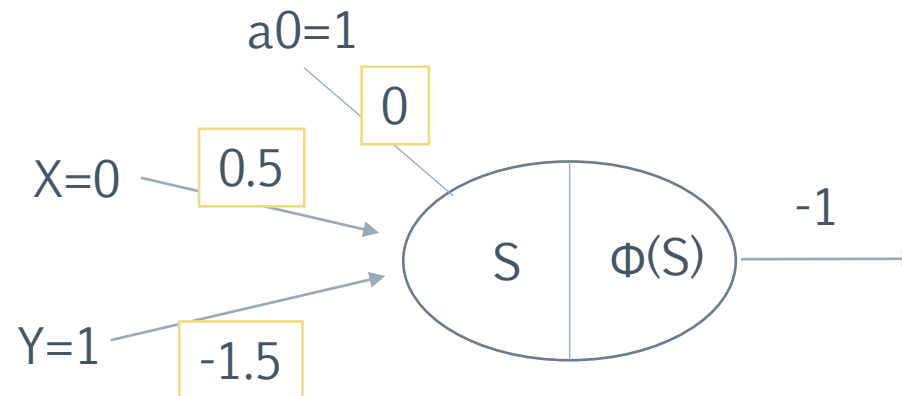
$$x_4 = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad +1$$

$$w_1 = [0 \ 0 \ 0]^T$$

$$\rho = 0.5$$

Τάση πώλωσης = 1

1. Παρουσιάζεται το άγνωστο πρότυπο  $X = [0 \ 1 \ 1]^T$ . Ποια είναι η έξοδος του ταξινομητή και που ταξινομείται το εν λόγω πρότυπο ?



$$S = (0 \cdot 0.5) + (1 \cdot -1.5) + (1 \cdot 0) = -1.5 \Rightarrow \Phi(-1.5) = -1$$

Το άγνωστο πρότυπο  $X = [0 \ 1 \ 1]^T$  ταξινομείται στην κλάση  $\omega_2$